TEST DE EVALUARE ÎN MATEMATICA

desfasurat sub coordonarea prof. Constantin NĂSTĂSESCU, membru corespondent al ACADEMIEI ROMÂNE

17 . 11 . 2007

Clasa a IX -a

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. La subiectul I există un singur răspuns corect .La subiectul II se va da direct răspunsul.La subiectele III si IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Câte numere întregi sunt în intervalul $(-10, 10)$?

a)20 **b)** 21 **c)** 19 **d)** 18

(4p) **2)** Cât este $[1{,}5]+[-1{,}5]+[0{,}5]+[-0{,}5]$? (Prin $[a]$ am notat partea întreagă a numărului real a)

a) 0 **b)** 1 **c)** -1 **d)** -2

(4p) **3)** Cât este $\{1{,}5\}+\{-1{,}5\}+\{0{,}5\}+\{-0{,}5\}$? (Prin $\{a\}$ am notat partea fracționară a numărului real a)

a) 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** 3

(4p) **4)** Dacă punctul M este mijlocul segmentului (AB), cât este vectorul $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$?

a) $\overrightarrow{AB}$ **b)** $\vec{0}$ **c)** $\overrightarrow{BA}$ **d)** $2\overrightarrow{AB}$

(4p) **5)**Dacă A, B, C sunt trei puncte din plan cât este suma vectorilor $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$?

a) $\vec{0}$ **b)** $\overrightarrow{AC}$ **c)** $\overrightarrow{CB}$ **d)** $\overrightarrow{BA}$

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Care sunt soluțiile reale ale ecuației $x^2+3x-4=0$?

(4p) **2)** Care este suma soluțiilor reale ale ecuației $x^2+5x-6=0$?

(4p) **3)** Care este produsul soluțiilor reale ale ecuației $x^2-5x+4=0$?

(4p) **4)** Să se scrie o ecuație de gradul al doilea cu coeficienți întregi care are ambele rădăcini iraționale.

(4p) **5)** Care este suma primelor două zecimale ale numărului $\sqrt{3}$?

(4p) **6)** Dacă $\frac{1}{21}=0,a_1a_2...a_n...$, cât este a_{2007} ?

(4p) **7)** Care este produsul primelor 10 zecimale ale numărului $\sqrt{101}$?

(4p) **8)** Dacă G este centrul de greutate al triunghiului ABC , cât este $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}$?

(4p) **9)** Dacă O este centrul cercului circumscris al triunghiului echilateral ABC , cât este $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$?

(4p) **10)** Dacă D este mijlocul laturii BC a triunghiului ABC , cât este $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}$?

SUBIECTUL III (15p)
(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

(4p) **a)** Să se verifice egalitatea $\frac{5}{7}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 7}$.

(4p) **b)** Să se verifice egalitatea $2008=2\cdot 2007-2006$.

(2p) **c)** Să se verifice egalitatea $\frac{2007}{2008}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{2006}{2008}\right)$.

(1p) **d)** Să se arate că, dacă numerele $m,n\in \mathbf{N}^*$ sunt prime între ele şi $1<m<n$, atunci există $d\in \mathbf{N}^*$ şi $k\in\{1, 2,..., m-1\}$, astfel încât $n=md-k$.

(2p) **e)** Să se arate că relația $n=md-k$, $d,n\in \mathbf{N}^*$ se mai poate scrie $\frac{m}{n}=\frac{1}{d}\left(1+\frac{k}{n}\right)$.

(1p) **f)** Să se arate că, dacă $a,b\in \mathbf{N}$, $0<a<b$, atunci există numerele naturale nenule $r, d_1, d_2,..., d_r$, astfel încât $\frac{a}{b}=\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_1\cdot d_2}+...+\frac{1}{d_1\cdot d_2\cdot ...\cdot d_r}$.

(1p) **g)** Să se determine numerele naturale $n\in \mathbf{N}^*$ şi $r_1<r_2<...<r_n\in \mathbf{N}^*$, astfel încât $\frac{17}{18}=\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+...+\frac{1}{r_n}$.

SUBIECTUL IV (15p)
(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră triunghiul ABC de arie S, numerele $x,y,z\in(0,\infty)$ şi punctele $D\in(BC), E\in(AC), \quad F\in(AB)$, $\frac{BD}{DC}=x, \frac{CE}{EA}=y, \frac{AF}{FB}=z$; $\{M\}=(AD)\cap(BE), \{N\}=(BE)\cap(CF), \quad \{P\}=(AD)\cap(CF)$. Dacă QRT este un triunghi, notăm cu S_{QRT} aria sa. Se mai consideră adevărate relațiile $\frac{MA}{MD}=\frac{x+1}{xy}, \frac{NB}{NE}=\frac{y+1}{yz}$ şi $\frac{PC}{PF}=\frac{z+1}{zx}$.

(4p) **a)** Să se arate că $\frac{S_{ADB}}{S}=\frac{BD}{BC}$.

(4p) **b)** Să se arate că $\frac{S_{AMB}}{S_{ADB}}=\frac{AM}{AD}$.

(2p) **c)** Să se arate că $S_{AMB}=\frac{x}{xy+x+1}S$.

(2p) **d)** Să se arate că $S_{MNP}=\left[1-\left(\frac{x}{xy+x+1}+\frac{y}{yz+y+1}+\frac{z}{zx+z+1}\right)\right]\cdot S$.

(1p) **e)** Să se arate că $\frac{x}{xy+x+1}+\frac{y}{yz+y+1}+\frac{z}{zx+z+1}\le 1, \ \forall x,y,z\in(0,\infty)$.

(1p) **f)** Să se arate că $\forall s\in\left(0,\frac{S}{4}\right]$, există $X\in(AB), Y\in(BC), Z\in(CA)$ astfel încât $S_{XYZ}=s$.

(1p) **g)** Să se arate că, dacă $xyz=1$ atunci $S_{DEF}\le\frac{1}{4}\cdot S$.

Test conceput de Nicolae Muşuroia, Baia Mare