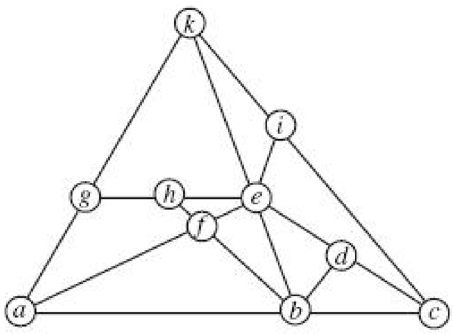
Inspectoratul Scolar Judetean Constanta
Departamentul Matematica-Informatica

Olimpiada de matematică

Etapa județeană

Barem clasa a VI-a

Subiectul 1



a) k=2 şi e=5 ➔ b=8 şi i=10 ➔ c=3 ➔ d=7 şi a=4 ➔ g=9 şi f=6 ➔ h=1……………………………**[3 puncte]**

b) k=2 ➔ b=13-e şi i=15-e ➔ c=e-2 ➔ d=17-2e. Dar b+d=15 ➔ e=5 şi restul se verifică…………**[2 puncte]**

c) Fixăm k ➔ b=15-k-e şi i=15-e ➔ c=e-k şi d=k+e. Cum e+d+c=15 ➔ e=5 şi restul se verifică….**[2 puncte]**

Subiectul 2

a) A={1, 2, … , 43}……………………………………………………………**[1 punct]**

b) $d|a,\ d|b \Leftrightarrow d|a,\ d|a+b$ (din faptul că dacă d divide două numere oarecare, divide orice combinație liniară a lor, deci divide suma sau diferența lor!)…………………**[2 puncte]**

c) $\frac{7x+1}{2}=\frac{7x-1}{2}+1,\ \frac{7x+2}{3}=\frac{7x-1}{3}+1,\ \frac{7x+3}{4}=\frac{7x-1}{4}+1,\cdots,\frac{7x+300}{301}=\frac{7x-1}{301}+1$

Din punctul (b) se deduce faptul că $\frac{7x-1}{2},\frac{7x-1}{3},\cdots,\frac{7x-1}{301}$ trebuie să fie ireductibile…… **[1 punct]**

Pentru că $7x-1$ trebuie să nu fie divizibil cu 2 ➔ par.

Din punctul (a) se deduce că $x \geq 44$. Aşadar $x \in \{44, 46, \cdots, 60\}$…………………**[1 punct]**

Calculând, avem:

x	44	46	48	50	52	54	56	58	60
$7x-1$	307	321	335	349	363	377	391	405	419

321, 363 şi 405 sunt divizibile cu 3

335 este divizibil cu 5

377 este divizibil cu 13

391 este divizibil cu 17 .

307, 349 şi 419 sunt prime şi deci nu sunt divizibile cu nici un număr dintre 2 şi 301.

Aşadar sunt 3 valori pentru x . Finalizare **[2 puncte]**

Subiectul 3

a) Aducem la acelaşi numitor: $24 \cdot 7 \cdot k + 25 \cdot 7 \cdot l + 5 \cdot 36 \cdot m = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 82$ ➔ k divizibil cu 5, l divizibil cu 6 şi m divizibil cu 7……………………………………..**[1 punct]**

Notăm k=5a, l=6b, m=7c ➔ 5a+6b+7c=97 şi 4a+5b+6c=82. Prin scăderea lor avem a+b+c=15 şi rezultă din prima ecuație b+2c=22. Aşadar b este par, deci b=2d ➔ d+c=11 şi vom avea 12 variante…………………………………………………… **[2 puncte]**

b) Aducem la acelaşi numitor şi după simplificare ➔ a=11b…………………**[1 punct]**

➔ 12b+c este cel mult 40 ➔ b este cel mult 3……………………………..**[1 punct]**

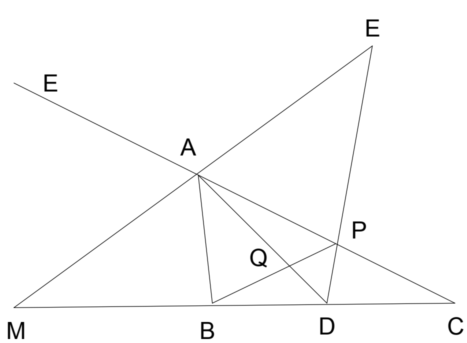
Pentru b=1 ➔ c este cel mult 28 ➔ 28 variante

Pentru b=2 ➔ c este cel mult 16 ➔ 16 variante

Pentru b=3 ➔ c este cel mult 4 ➔ 4 variante.

Aşadar vor fi 48 variante. Finalizare **[2 puncte]**

Subiectul 4



a) $E\hat{A}M \equiv N\hat{A}P \Rightarrow m(M\hat{A}D) = m(N\hat{A}D) = 90^0 \Rightarrow DA$ înălțime şi mediană $\Rightarrow \Delta DMN$ isoscel cu $DM = DN$ ………...**[3 puncte]**

b) Din (a) avem $A\hat{M}B \equiv A\hat{N}P \overset{ULU}{\Rightarrow} \Delta AMB \equiv \Delta ANP$ …**[2 puncte]**

c) Din (b) avem $AB \equiv AP \Rightarrow \Delta ABP$ isoscel $\Rightarrow AD \perp BP$

[2 puncte]

($\Delta ABQ \equiv \Delta APQ$ sau AQ bisectoare în triunghi isoscel)

Notă

Orice altă rezolvare corectă se evaluează cu punctajul maxim.