

**Olimpiada de Matematică**  
**Faza locală, 17 februarie 2007**  
**Clasa a VI-a**

**Subiectul I**

Cuiele cu ajutorul cărora se fixează potcoavele se numesc *caiele*. Pentru potcovirea cailor unei ferme se folosesc, la fiecare copită, același număr de  $p$  caiele,  $2 \leq p \leq 6$ . Se constată că, după ce au fost potcoviți 25% din cai, au fost folosite 444 de caiele.

- a) Determinați  $p$ .
- b) Aflați numărul cailor din fermă.

**Subiectul II**

Unghiurile proprii  $\angle AOD$  și  $\angle BOC$  sunt astfel încât interiorul unghiului  $\angle BOC$  este inclus în interiorul unghiului  $\angle AOD$ , iar semidreptele  $OA$  și  $OC$  sunt de o parte și de alta a dreptei  $OB$ . Se știe că bisectoarele unghiurilor  $\angle AOB$  și  $\angle COD$  sunt perpendiculare. Arătați că unghiurile  $\angle AOD$  și  $\angle BOC$  sunt suplementare.

**Subiectul III**

- a) Fiecare număr din mulțimea  $\{1, 2, 3, \dots, 4010\}$  se împarte cu rest la 2005. Calculați suma câturilor obținute.
- b) Luăm un număr natural nenul  $q$  și împărțim cu rest fiecare număr din mulțimea  $\{1, 2, 3, \dots, 3q\}$  la  $q$ . Determinați  $q$  pentru care suma tuturor câturilor obținute astfel este 2007.

**Subiectul IV**

Numerele naturale nenule  $a, x, y$  verifică relația

$$\frac{x}{a} = \frac{23a}{y}.$$

- a) Arătați că numărul  $xy$  nu poate fi pătrat perfect.
- b) Aflați cea mai mică valoare posibilă a lui  $a$  atunci când este valabilă, în plus, relația  $x^2 = y^3$ .

*Fiecare subiect se notează de la 1 la 10. Timp de lucru: 2 ore*