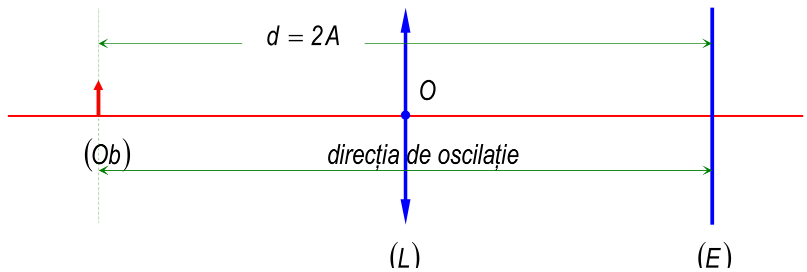
Inspectoratul Scolar Judetean
Str. Stefan cel Mare Nr. 6 Constanta, cod 900726
Telefon: 0241 - 611913 Telefax: 0241 - 618880
E-mail: isj-cta@isjcta.ro www.isjcta.ro

CLASA a XII - a * Barem de notare

1. O lentilă convergentă subțire (L) oscilează armonic cu amplitudinea A, între un obiect (Ob) şi un ecran (E), fixe, aflate la distanța $d = 2A = 1m$ unul de celălalt, de-a lungul axului optic principal aşa cum se vede în figură.



Pe ecran se succed imagini clare ale obiectului la intervale egale de timp $\Delta t = 1s$. Determinați:
a) perioada de oscilație a lentilei;
b) convergența lentilei;
c) înălțimea obiectului, dacă imaginile clare obținute pe ecran au înălțimile fie $y_2 = 1cm$, fie $y_2' = 4cm$.

Prof. Anton Pantelimon, ISJ Constanța

Rezolvare şi barem de notare

a) Determinăm mai întâi pozițiile lentilei pentru care se obțin imagini clare pe ecran. Evident trebuie să avem:

$-x_1 + x_2 = d$ **(0,5 puncte)** şi $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f}$. **(0,5 puncte)**

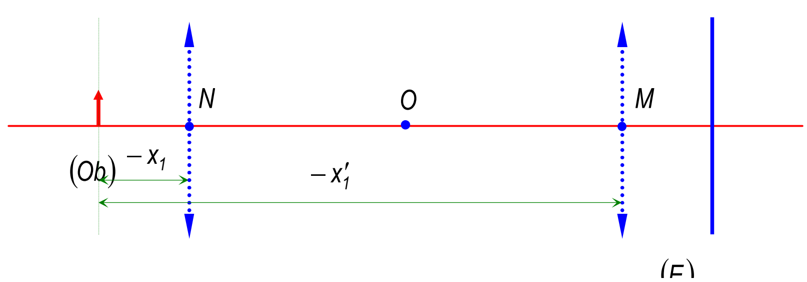
Eliminând x_2 între cele două relații obținem :

$x_1^2 + dx_1 + df = 0$.**(0,5 puncte)**

Dacă $f < \frac{d}{4}$ ecuația are două soluții distincte:

$x_1 = \frac{-d + \sqrt{d^2 - 4df}}{2}$ **(0,5 puncte)** şi $x_1' = \frac{-d - \sqrt{d^2 - 4df}}{2}$.**(0,5 puncte)**

Cele două poziții ale lentilei pentru care se obțin imagini clare pe ecran sunt dispuse simetric față de centrul O de oscilație.



Să admitem că la un moment t lentila se află în poziția M în care apare imagine clară pe ecran, deplasându-se către ecran. Lentila ajunge în contact cu ecranul după timpul $t' = \frac{T}{4} - t$, unde T este perioada de oscilație a lentilei şi , având în vedere simetria mişcării oscilatorii armonice, revine din nou în poziția M după un interval de timp $2t' = 2\left(\frac{T}{4} - t\right)$, pentru ca apoi să apară din nou imagine clară pe ecran după un interval de timp $2t$ când lentila ajunge în poziția N, după încă $2t' = 2\left(\frac{T}{4} - t\right)$ revine din nou în punctul N şi aşa mai departe. **(1 punct)**

Pentru ca imaginile să se succeadă la intervale egale de timp $\Delta t = 1s$ trebuie ca:

$\Delta t = 2t = 2\left(\frac{T}{4} - t\right)$ de unde rezultă $t = \frac{T}{8}$ şi $\Delta t = \frac{T}{4}$ **(0,5 puncte)** , de unde rezultă:

$T = 4 \cdot \Delta t = 4s$.**(0,5 puncte)**

b) Lentila se va afla în poziția M la momentul $t = \frac{T}{8}$ şi atunci distanța:

$OM = A\sin\frac{2\pi}{T}t = A\sin\frac{2\pi}{T}\frac{T}{8} = A\frac{\sqrt{2}}{2}$.**(0,5 puncte)**

Datorită simetriei $MN = 2OM = A\sqrt{2} = \frac{d}{2}\sqrt{2}$. **(0,5 puncte)**

Pe de altă parte:

$MN = -x_1 + x_1' = \sqrt{d^2 - 4df}$. **(0,5 puncte)**

Rezultă $d^2 - 4df = \frac{d^2}{2}$ de unde $f = \frac{d}{8}$ şi $C = \frac{1}{f} = \frac{8}{d} = 8\delta$.**(0,5 puncte)**

c) Măririle transversale pentru cele două poziții ale lentilei în care se obțin imagini clare pe ecran sunt:

$\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{f}{x_1 + f} = \frac{2f}{2f - d + \sqrt{d^2 - 4df}}$ **(0,5 puncte)** şi

$\beta' = \frac{y_2'}{y_1} = \frac{x_2'}{x_1'} = \frac{f}{x_1' + f} = \frac{2f}{2f - d - \sqrt{d^2 - 4df}}$.**(0,5 puncte)**

Calculăm:

$\beta\beta' = \frac{4f^2}{4f^2 - 4df + d^2 - d^2 + 4df} = 1$.**(0,5 puncte)**

Înseamnă că:

$\frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_2'}{y_1} = 1$ **(0,5 puncte)** şi atunci: $y_1 = \sqrt{y_2 y_2'} = 2cm$. **(0,5 puncte)**

Total: 9 puncte + 1 punct din oficiu = 10 puncte
Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător

2. Într-un dispozitiv Young se utilizează o radiație luminoasă monocromatică. Distanța de la planul fantelor la ecranul pe care se obține figura de interferență este $D = 1m$.

Determinați convergența lentilei, care introdusă între planul fantelor şi ecran la distanța $a = 0.2m$ de planul fantelor face ca interfranja să fie de $k = 3$ ori mai mare decât cea care se obține în absența lentilei.

Selectată şi prelucrată de **Prof. Eugen Luca, Colegiul Tehnic „Tomis” Constanța**

Rezolvare şi barem de notare

În absența lentilei interfranja pe ecran este :

$i = \frac{D}{2l}\lambda$, **(0,5 puncte)** unde $2l$ este distanța dintre cele două fante şi λ lungimea de undă a radiației monocromatice folosite.

La introducerea lentilei, Imaginea fantelor în aceasta va constitui un nou sistem de fante separate de o distanță $2l'$ între ele care vor realiza figura de interferență pe ecranul situat la distanța D' de ele, aşa cum se vede în figură.
(2 puncte)

În prezența lentilei interfranja va fi :

$i' = \frac{D'}{2l'}\lambda$ **(0,5 puncte)**

Conform datelor problemei :

$\frac{i'}{i} = \pm k$, deoarece imaginea $2l'$ a obiectului $2l$ poate fi dreaptă sau răsturnată, fapt care nu schimbă cu nimic imaginea de interferență.

Conform figurii :

$-x_1 + x_2 + D' = D$ **(0,5 puncte)**

Relația punctelor conjugate $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f}$ conduce la $x_2 = \frac{x_1 f}{x_1 + f}$ **(0,5 puncte)** și înlocuind se obține:

$D' = \frac{x_1^2 + Dx_1 + Df}{x_1 + f}$ **(1 punct)**

Mărirea transversală este: $\beta = \frac{2l'}{2l} = \frac{f}{x_1 + f}$, de unde: $2l' = \frac{f}{x_1 + f} 2l$.**(1 punct)**

Noua interfranjă va fi:

$i' = \frac{x_1^2 + Dx_1 + Df}{Df} \frac{D}{2l} \lambda = \frac{x_1^2 + Dx_1 + Df}{Df} i$, de unde: $\frac{i'}{i} = \frac{x_1^2 + Dx_1 + Df}{Df} = \pm k$.**(1 punct)**

Cum $x_1 = -a$ obținem:

$a^2 - Da = Df(\pm k - 1)$

sau : $C = \frac{1}{f} = \frac{D(\pm k - 1)}{a(a - D)}$.**(1 punct)**

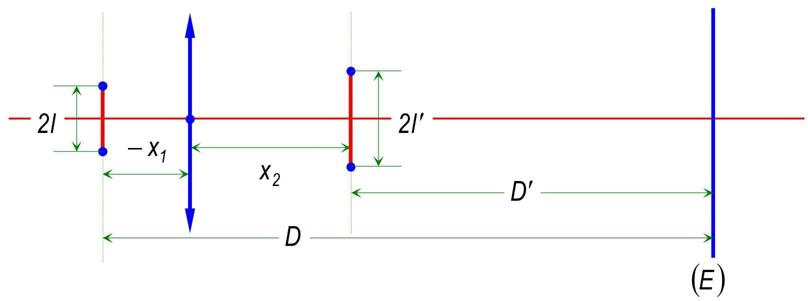
Cu valorile numerice obținem :

$C_1 = -12{,}5\delta$ **(0,5 puncte)** și

$C_2 = 25\delta$.**(0,5 puncte)**

Total: 9 puncte + 1 punct din oficiu = 10 puncte

Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător



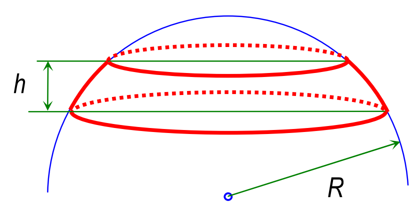
3. Într-o sferă de sticlă de rază R și indice de refracție $n = \sqrt{2}$, la distanța $r = R\frac{\sqrt{6}}{3}$ de centru, se află o sursă punctiformă care emite lumină uniform în toate direcțiile. Determinați:

a) Fracțiunea din suprafața sferei prin care ies razele de lumină;

b) Fracțiunea din lumina emisă de sursă care iese din sferă.

Obs. : Suprafața zonei sferice este dată de relația $A = 2\pi R \cdot h$, unde h este înălțimea zonei sferice și R este raza sferei.

Prof. Anton Pantelimon, ISJ Constanța



Rezolvare și barem de notare

a) Lumina nu poate ieși din sferă dacă unghiul de incidență i la iesirea din sferă este $i > l$, unde l este unghiul limită, pentru care:

$\sin l = \frac{1}{n}$. **(0,5 puncte)**

Teorema sinusului aplicată în triunghiul SOI, în care $SO = r$ și $OI = R$, ne conduce la:

$\frac{r}{\sin i} = \frac{R}{\sin \alpha}$ **(0,5 puncte)** , de unde:

$\sin \alpha = \frac{R}{r} \sin i > \frac{R}{r} \sin l = \frac{R}{nr}$.

(0,5 puncte)

Notăm cu α_0 soluția din primul cadran a ecuației:

$\sin \alpha_0 = \frac{R}{nr}$ și atunci soluția inecuației:

$\sin \alpha > \frac{R}{nr}$ va fi:

$\alpha_0 < \alpha < \pi - \alpha_0$. **(0,5 puncte)**

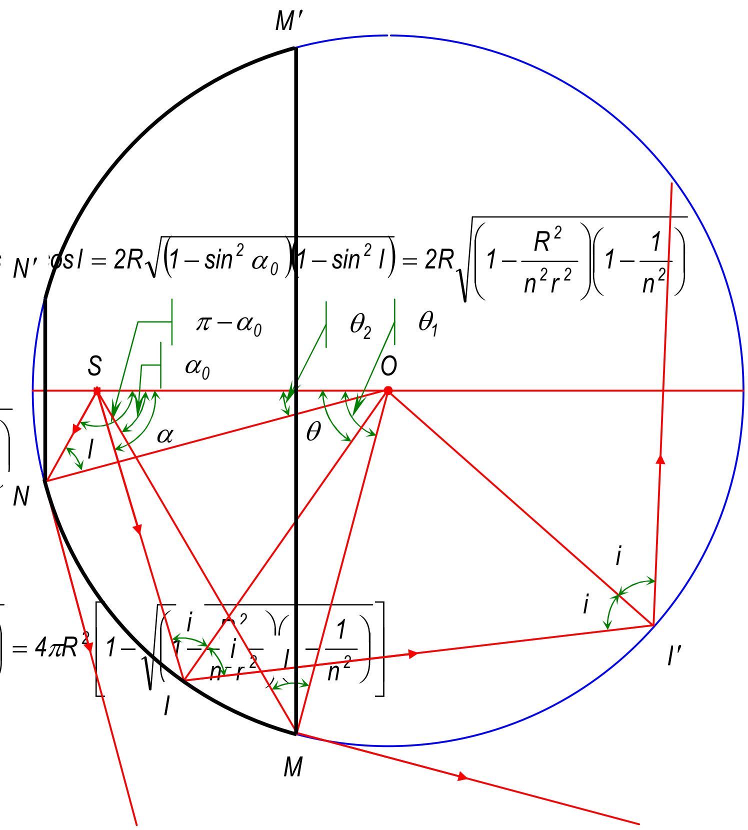
Aceasta înseamnă că prin punctele suprafeței zonei sferice $MM'N'N$, indicată pe figură, razele de lumină nu ies din sferă.

Unghiurile θ la centrul sferei corespunzătoare acestor puncte vor fi:

$\theta_2 < \theta < \theta_1$, unde:

$\theta_1 = \pi - (\alpha_0 + l)$ şi $\theta_2 = \alpha_0 - l$.

(0,5 puncte)



Înălțimea h a zonei sferice prin care nu ies razele de lumină va fi:

$h = R\cos\theta_2 - R\cos\theta_1$ **(0,5 puncte)**

sau făcând înlocuiri şi transformări trigonometrice:

$$h = R[\cos(\alpha_0 - l) + \cos(\alpha_0 + l)] = 2R\cos\alpha_0\cos l = 2R\sqrt{(1-\sin^2\alpha_0)(1-\sin^2 l)} = 2R\sqrt{\left(1-\frac{R^2}{n^2r^2}\right)\left(1-\frac{1}{n^2}\right)}$$

.

(0,5 puncte)

Suprafața acestei zone sferice va fi:

$$A = 2\pi R\cdot h = 4\pi R^2\sqrt{\left(1-\frac{R^2}{n^2r^2}\right)\left(1-\frac{1}{n^2}\right)}$$

. **(0,5 puncte)**

Suprafața prin care lumina iese din sferă este:

$$A' = 4\pi R^2 - 4\pi R^2\sqrt{\left(1-\frac{R^2}{n^2r^2}\right)\left(1-\frac{1}{n^2}\right)} = 4\pi R^2\left[1-\sqrt{\left(1-\frac{R^2}{n^2r^2}\right)\left(1-\frac{1}{n^2}\right)}\right]$$

. **(0,5 puncte)**

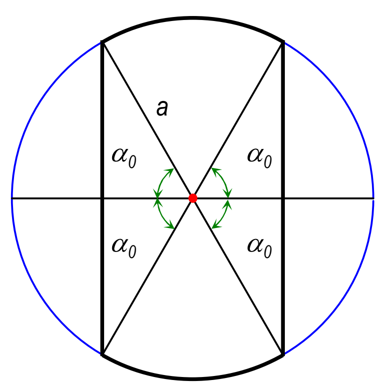
Fracțiunea din suprafața sferei prin care ies razele de lumină va fi:

$$f = \frac{A'}{4\pi R^2} = 1-\sqrt{\left(1-\frac{R^2}{n^2r^2}\right)\left(1-\frac{1}{n^2}\right)}$$

(1 punct) şi făcând înlocuirile:

$f = 1-\frac{\sqrt{2}}{4} \approx 0{,}65$ **(0,5 puncte)** .

b) Să considerăm acum o sferă cu centrul pe sursa S de rază a.



Punctele de pe suprafața sferei de rază R prin care nu pot ieşi razele de lumină vor fi atinse de razele care pornesc din sursă într-un unghi solid $\Delta\Omega$, care determină pe sfera de rază a o suprafață:

$\Delta A = 2\pi a\cdot 2a\cos\alpha_0 = 4\pi a^2\cos\alpha_0$. **(0,5 puncte)**

Unghiul solid $\Delta\Omega$ va fi:

$\Delta\Omega = \frac{\Delta A}{a^2} = 4\pi\cos\alpha_0$ **(0,5 puncte)** , exprimat în steradiani.

Unghiul solid în care emite sursa este $\Omega = 4\pi$ steradiani şi atunci unghiul solid în care sunt emise razele de lumină care ies din sfera de rază R va fi:

$\Delta\Omega' = \Omega - \Delta\Omega = 4\pi(1-\cos\alpha_0)$ steradiani. **(0,5 puncte)**

Notăm cu N numărul total de raze emise de sursă şi cu $\Delta N'$ numărul de raze emise de sursă care ies din sfera de rază R. Cum sursa emite uniform în toate direcțiile, putem scrie:

$$f' = \frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta\Omega'}{\Omega} = 1-\cos\alpha_0 = 1-\sqrt{1-\sin^2\alpha_0} = 1-\sqrt{1-\frac{R^2}{n^2r^2}}$$. **(1 punct)**

Făcând înlocuirile se obține:

$f = 1-\frac{1}{2} = 0{,}50$. **(0,5 puncte)**

Total: 9 puncte + 1 punct din oficiu = 10 puncte

Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător