

Version: Romanian

A doua zi, 26 iulie 2007

Problema 4. În triunghiul ABC , bisectoarea interioară a unghiului BCA intersectează cercul circumscris în punctul R , mediatoarea laturii BC în P , iar mediatoarea laturii AC în Q . Fie K mijlocul laturii BC și L mijlocul laturii AC . Arătați că triunghiurile RPK și RQL au aceeași arie.

Problema 5. Fie a și b numere naturale nenule. Arătați că dacă $4ab-1$ divide $(4a^2-1)^2$, atunci $a = b$.

Problema 6. Fie n un număr natural nenul. Considerăm mulțimea

$$S = \{(x, y, z) : x, y, z \in \{0, 1, \dots, n\}, x + y + z > 0\}$$

ce conține $(n+1)^3 - 1$ puncte din spațiul tridimensional. Determinați numărul minim de plane a căror reuniune conține mulțimea S , dar nu conține punctul $(0, 0, 0)$.

Timp de lucru: 4 ore și 30 minute