

Test 12 – Olimpiade 2004

Ianuarie 2005

41. Există funcții $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ce satisfac pentru orice $x, y \in \mathbf{R}$, egalitatea

$$f(x^2y + f(x + y^2)) = x^3 + y^3 + f(xy)?$$

Ukraina 2004

42. Într-un triunghi ABC fie L, N respectiv E , punctele de tangență ale cercului înscris cu laturile AB, BC respectiv CA . Dreptele LE și BC se taie în H , LN cu AC se taie în J , unde toate punctele H, J, N, E se află de aceeași parte a dreptei AB . O și P sunt respectiv, mijloacele segmentelor EJ și NH . Se știe că ariile patrulaterelor $HJNE$ și $ABOP$ sunt u^2 respectiv v^2 . Aflați aria triunghiului COP .

Ukraina 2004

43. Numerele de la 1 la 2004 sunt așezate într-un tablou cu 9 linii și 2004 coloane astfel încât fiecare număr apare de 9 ori. Numerele aflate în aceeași coloană diferă prin cel mult trei unități. Care este suma minimă a numerelor aflate pe prima linie a tabloului?

Rusia 2004

44. Există oare un întreg $n > 10^{1000}$, nedivizibil cu 10, astfel încât se pot schimba 2 cifre între ele fără a schimba divizorii săi primi?

Rusia, 2004