Olimpiada Nationala de Astronomie
Barem

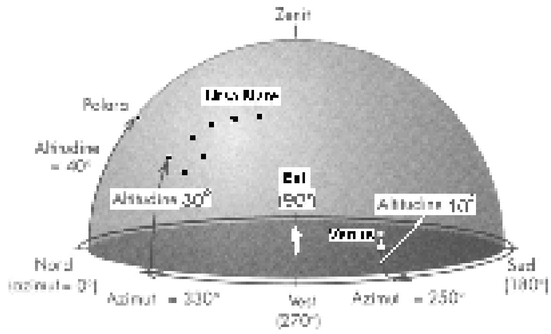
Problema 1

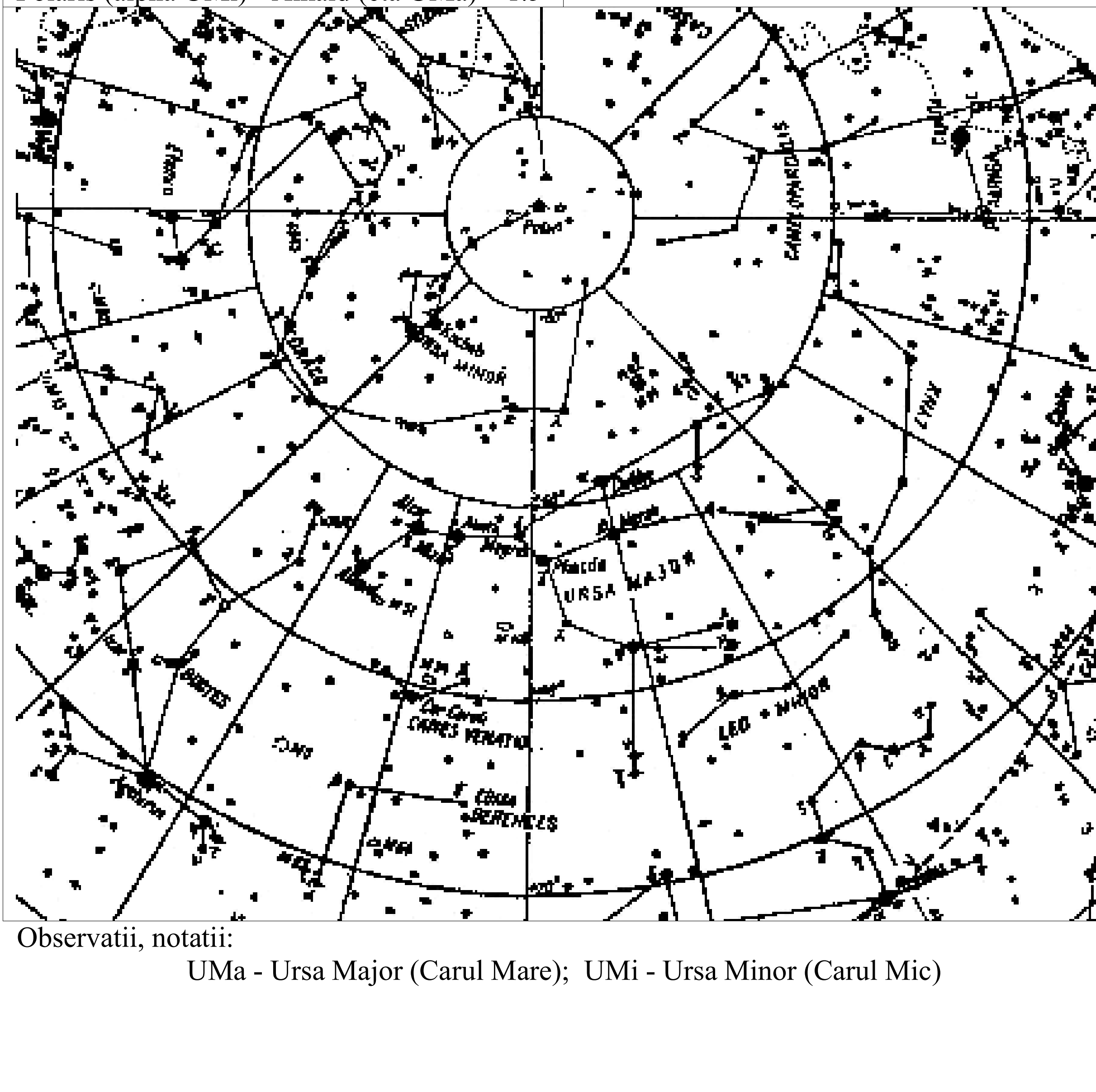
Deschiderea unghiulara intre cele doua stele ale "osiei" din spate a carului mare (α si β) este de aproximativ 5^0. La fel se va face si pentru celelalte perchi de stele alese din constelatie, privind la bolta cereasca.

Distantele unghiulare (in grade):

Merak (beta UMa) - Phecda (gamma UMa) 8
Merak (beta UMa) - Megrez (delta UMa) 10
Phecda (gamma UMa) - Megrez (delta UMa) 4.5
Merak (beta UMa) - Alkaid (eta UMa) 25.5
Phecda (gamma UMa) - Alkaid (eta UMa) 18

Polaris (alpha UMi) - Merak (beta UMa) 34
Polaris (alpha UMi) - Phecda (gamma UMa) 37
Polaris (alpha UMi) - Alkaid (eta UMa) 1.5



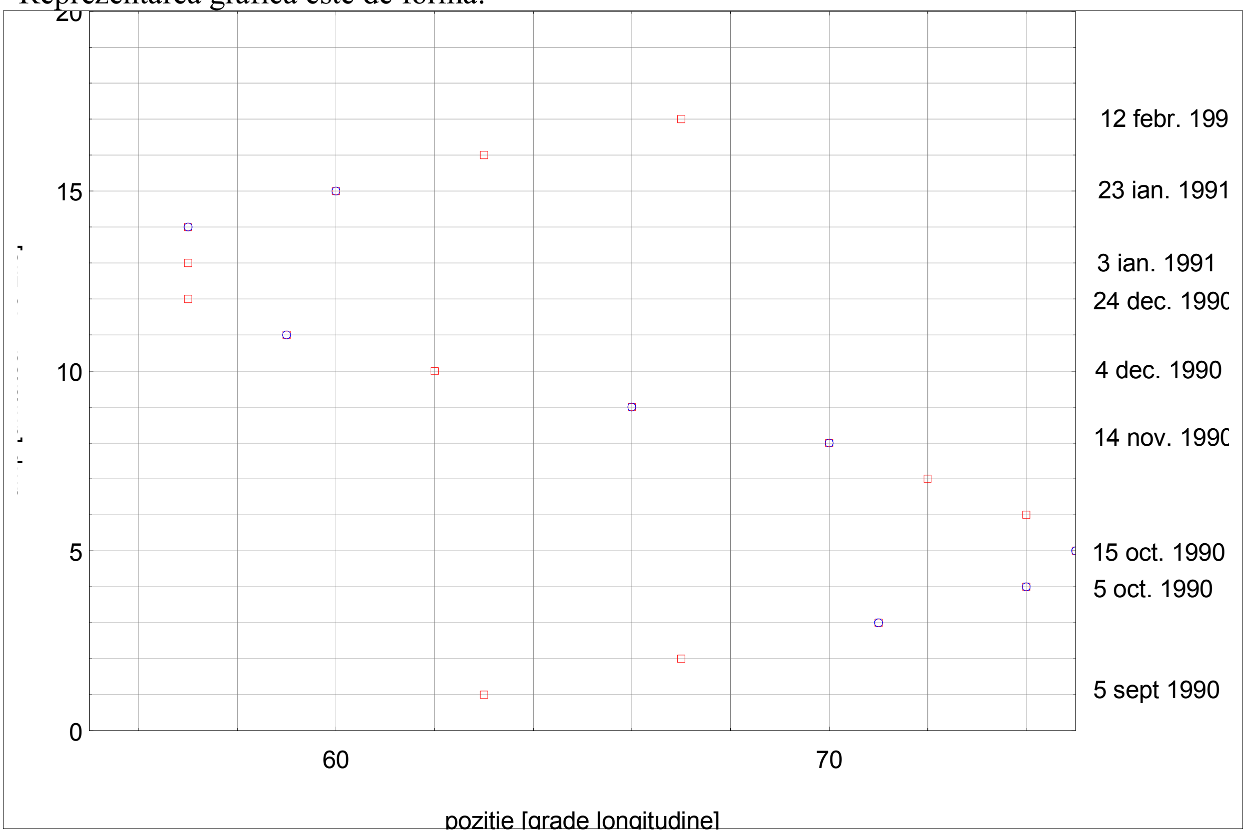


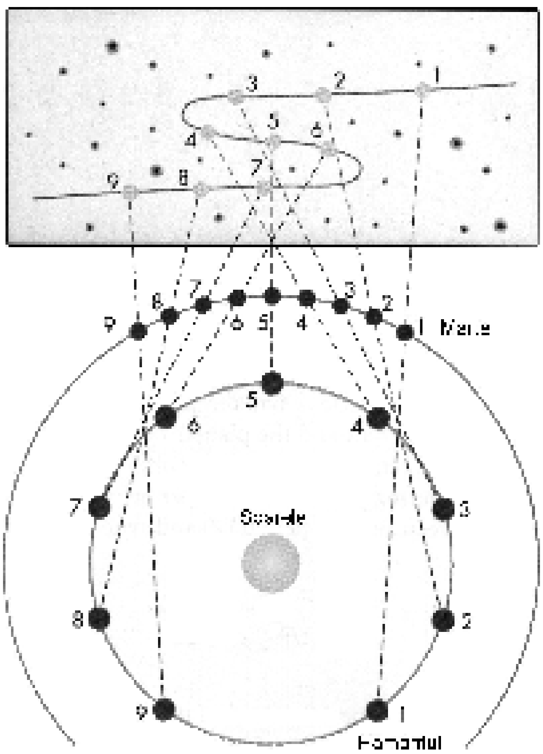
Observatii, notatii:

UMa - Ursa Major (Carul Mare); UMi - Ursa Minor (Carul Mic)

Problema 2

Reprezentarea grafica este de forma:

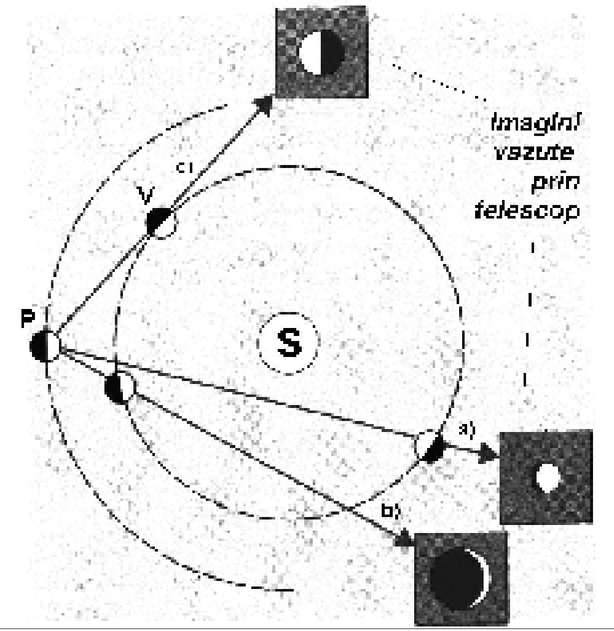




Schita care explica portiunea de miscare retrograda a plenetei Marte pentru un observator de pe Pamant.

De observat diferentele intre schita si datele observationale; ele sunt nerelevante pentru raspunsul la problema data (scara de timp este de sus in jos, iar miscarea este prezentata din stanga spre dreapta).

Problema 3

Imaginea corecta este ce din figura alaturata. Trebuie sa se tina seama nu numai de pozitiile respective fata de Soare si de Pamant, respectiv de partea iluminata de Soare, de unghiul sub care se vede de pe Pamant care este in pozitia indicata dar si de faptul ca telescopul inverseaza imaginile!	

Problema 4

Relatiile necesare sunt:
Acceleratia centripeta x masa planetei = forta gravitationala:

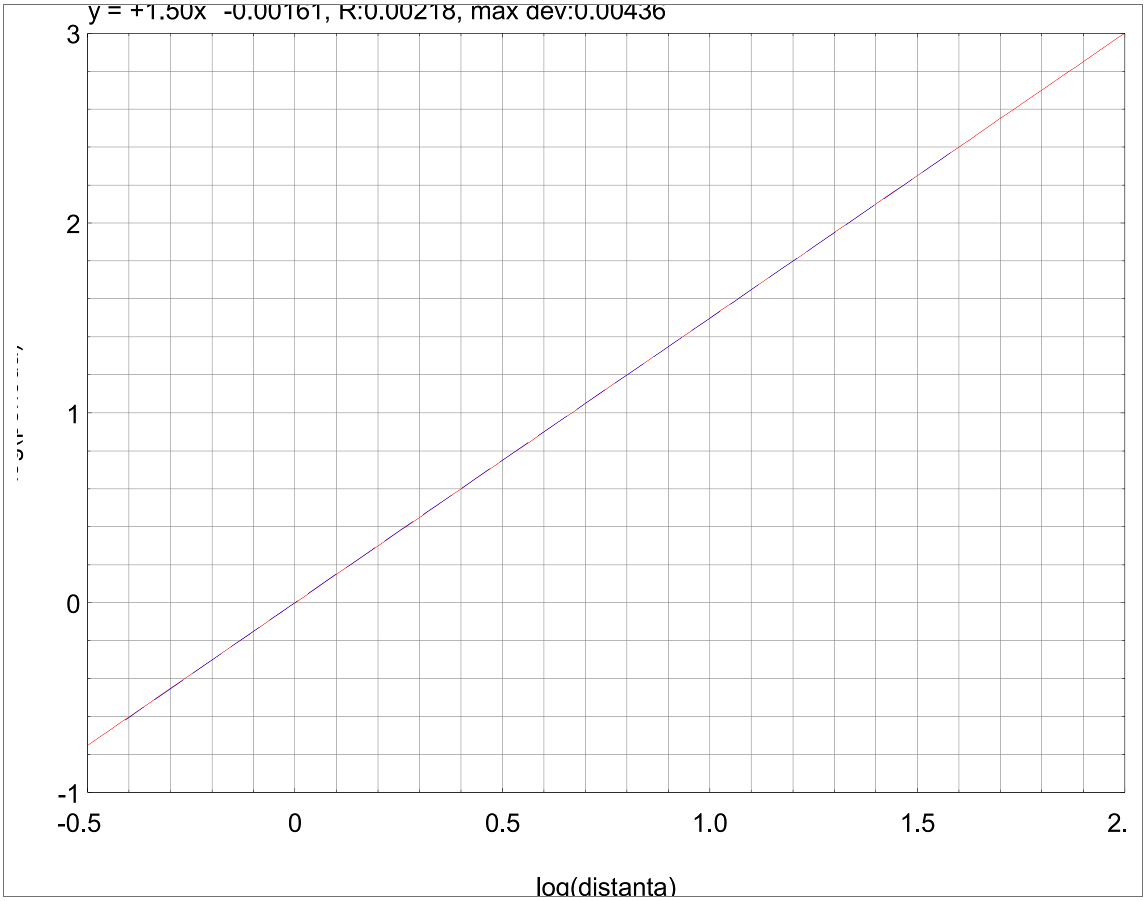
$$\frac{mv^2}{r} = K\frac{mM}{r^p} \qquad (2)$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \qquad (3)$$

$$T^2 = \frac{4\pi}{KM} r^{p+1} \qquad (4)$$

$$\log T = \frac{1}{2}\log\left(\frac{4\pi^2}{KM}\right) + \frac{p+1}{2}\log r \qquad (5)$$

Aceasta problema se poate rezolva matematic in diferite feluri, dar una din cele mai directe si mai bune este aceea de a logaritma expresia legii lui Kepler (4) dedusa din (1) si (2), a reprezenta grafic dependenta folosind datele din tabel si a determina panta graficului (figura 1).



Din grafic rezulta ca (p+1)/2=1,5 si de aici, p = 2 adica exact legea lui Newton pentru atractia universala (gravitationala).

Problema 5

Se masoara distanta de la Jupiter la fiecare satelit, in mm, pe foaia de hartie de observatii si se trece intr-un tabel.

Se foloseste urmatorul algoritm de rezolvare:

- se gasesc cele mai indepartate pozitii de pe graficul de observatii (tabelul 1), pe ambele parti ale lui jupiter. Valoarea medie a acestor distante va fi aproximativ raza orbitei celui mai indepartat satelit jovian;
- stiind ca orbita este circulara, rezulta ca proiectia ei, daca se desfasoara liniar in timp (ca in graficul de observatii) va urma o sinusoida. (Se presupune ca observatorul de pe Pamant se afla in planul de revolutie al satelitilor observati);
- se incearca desenarea acestei sinusoide unind pozitiile satelitilor observati care se apropie cel mai bine de o sinusoida;
- avand aceasta sinusoida cunoscuta se poate determina cu o mai mare precizie atat raza medie a orbitei cat si perioada ei observand ca pe intervalul de observatie se afla date care descriu ceva mai mult de o perioada intreaga de revolutie;

datele mele conduc la

T	R	R
16,5 d	63 mm	
7,2 d	36 mm	
	21 mm	
	10 mm	

Incepand cu al treilea satelit, mergand spre Jupiter, avem probleme de a recunoaste pozitiile succesive ale satelitilor celor mai apropiati de Jupiter. Se pot alege mai multe procedee de urmat. Cateva din acestea sunt:

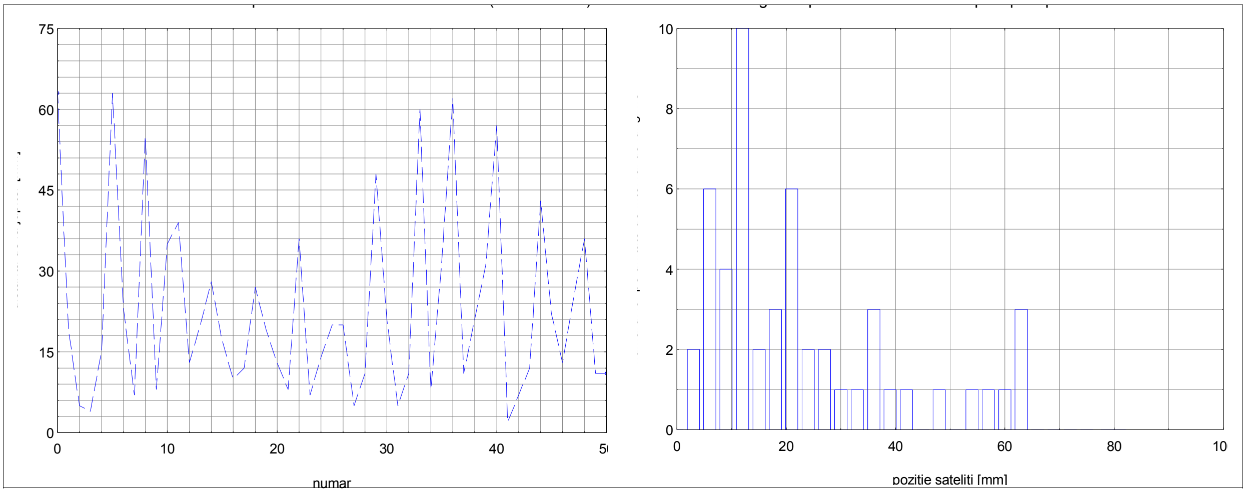
A) Metoda eliminarii succesive a datelor care au fost deja identificate:

- se sterg pozitiile care deja au fost recunoscute ca apartin primilor doi sateliti
- se incearca aceeasi varianta de a cauta cele mai indepartate pozitii de Jupiter si apoi a le uni printr-o sinusoida, ca o estimatie bruta;
- la fel, se sterg aceste puncte si se vede daca ceea ce ramane poate descrie la randul ei o sinusoida;
- se repeta da mai multe ori pana cand se reconstitue cea mai buna varianta pentru cele doua sinusoide ramase.

B) Metoda histogramei:

- se grupeaza toate distantele pe o singura axa, in ordinea crescatoare a distantelor
- se alage o metoda de grupare a lor, pe o distanta fixa - d_0;
- se numara numarul de cazuri in care satelitii observati se afla intre 0 si d_0 de Jupiter, intre d_0 si $2d_0$, intre $2d_0$ si $3d_0$, s.a.m.d. si se reprezinta grafic. Daca alegerea a fost destul de buna a lungimii lui d_0, atunci se vor evidentia maxime ale numarului de cazuri in jurul pozitiilor de maxima distanta a fiecarui satelit. Aceste distante pot fi atunci considerate ca cele mai bune raze ale orbitelor satelitilor respectivi. Se poate modifica d_0 si se fac mai multe incercari. In principiu este bine ca d_0 sa fie ales astfel incat sa nu fie nici prea mare si nici prea mic, adica cam a 10-a parte din maximul extinderii datelor de distanta (adica intre 10 - 30 grupe). Un exemplu de astfel de tratare este dat in figura de mai jos in care s-au facut 22 grupe.

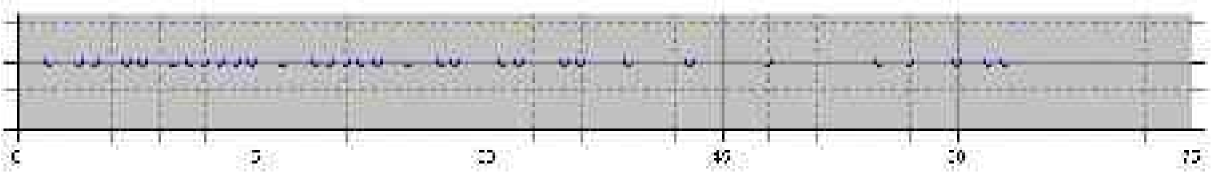
In prima parte a figurii se vede succesiunea de distante, iar in a doua parte histograma acestora. Se evidentiaza cateva maxime: la 63, la 37, la 21 si aproximativ la 10. Ultima valoare este cea mai incerta. Datele trecute in tabelul meu de masuratori sunt obtinute in acest fel. Am utilizat un calculator si un program de calcul, dar el se poate face si simplu, cu creionul. In acest caz o apreciere rapida a dat cifrele: 62, 34, 18, 10, diferite de cele de mai sus dar destul de bune fata de procedeul cel mai simplu folosit.



Avem 51 de date in ordine oarecare

63	19	5	4	15	63	23	7	55	8
35	39	13	20	28	17	10	12	27	19
13	8	36	7	14	20	20	5	11	48
21	5	11	60	8	32	62	11	21	31
57	2	7	12	43	22	13	25	36	11

11									



32 puncte distincte asezate pe orizontala (distanta de la Jupiter).

Problema 6

Determinarea raportului razelor componentelor unui sistem binar cu eclipsa

Fie un sistem binar cu eclipsa (vezi figura). Se presupune ca directia de vizare se gaseste in planul orbitei sistemului si ca eclipsele sunt totale. Se dau momentele de timp t_1, t_2, t_3 si t_4, corespunzatoare momentelor principale ale eclipsei (primul, al doilea, al treilea si al patrulea contact, respectiv). Sa se determine raportul dintre razele componentelor sistemului binar $k=r/R$ (r este raza stelei mai mici, iar R este raza stelei mai mari). Se presupune ca ambele stele au aceeasi stralucire.

Notam $k = r/R$

Atunci

$t_4-t_1 = 2R+2r = 2R(1+k)$

$t_3-t_2 = 2R-2r = 2R(1-k)$

Iar de aici:

$(t_4-t_1)/(t_3-t_2) = (1+k)/(1-k) \quad => \quad k[(t_3-t_2) + (t_4-t_1)] = (t_4-t_1) - (t_3-t_2) \quad =>$

$k = [(t_4-t_1) - (t_3-t_2)]/[(t_3-t_2) + (t_4-t_1)]$

Problema 7

Kleczek, p.XXI

Altimetru. Kleczek, p.XXI; p.19-21; p.33-35

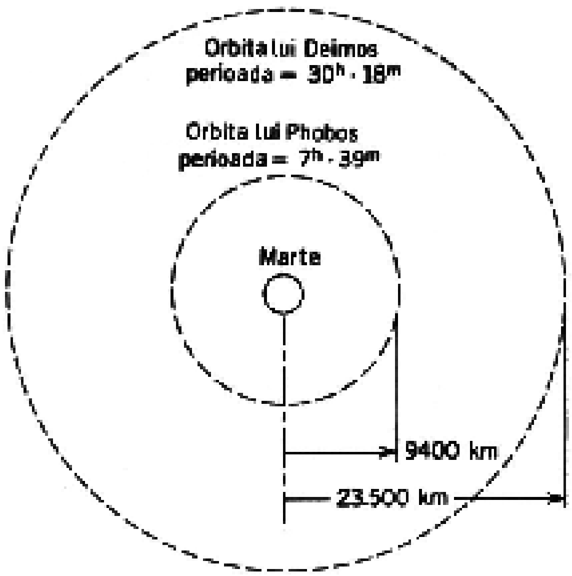
Aflarea pozitiei unei stele pe cer. Kleczek, p. 34

Problema 9

Kleczek, fig. 33, pag. 91

Problema 11

Nume	Semiaxa mare in u.a.	Semiaxa mare in km	Perioada de revolutie in zile	Diametrul la ecuator in km	Masa	Albedo
Marte	1,523	227,9 10^6 km	687,0 zile	6787	0,107 din masa Pamantului	0,15
Phobos		9400	0,32	24	1,8 10^{-7} din masa Lunii	0,07
Deimos		23500	1,26	14	2,4 10^{-8} din masa Lunii	0,07
Luna		384,4 10^3 km	27,32	3476	7,35 10^{22} kg	0,12
Pamantul	1	u.a. = 149,6 10^6 km	365,3	12.756	5,974 10^{24} kg	0,37



Problema 12

a) a- semiaxa mare, b- semiaxa mica, c- distanta de la originea sistemului de referinta la focar, e- excentricitatea elipsei = c/a, distanta focar - periheliu = a(1-e), distanta focar afeliu = a (1+e),
b) Energia totala E a cometei este suma energiilor cinetica si potentiala -gravitationala:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{GmM}{r} \qquad (1)$$

unde v^2 este viteza, r este distanta heliocentrica, M este masa Soarelui, m este masa cometei, G este constanta gravitationala. E este energia totala.

Daca E este negativa, corpul este legat de Soare si se va misca pe o elipsa. Daca este pozitiva, corpul nu este legat si se va deplasa pe o hiperbola. Daca este zero exact, se va deplasa pe o parabola.
Pentru orbite eliptice, energia totala pe unitatea de masa si semiaxa mare a sunt legate prin relatia:

$$E = -\frac{GMm}{2} \cdot \frac{1}{a} \tag{2}$$

c) combinand ecuatiile (1) si (2) obtinem viteza cometei:

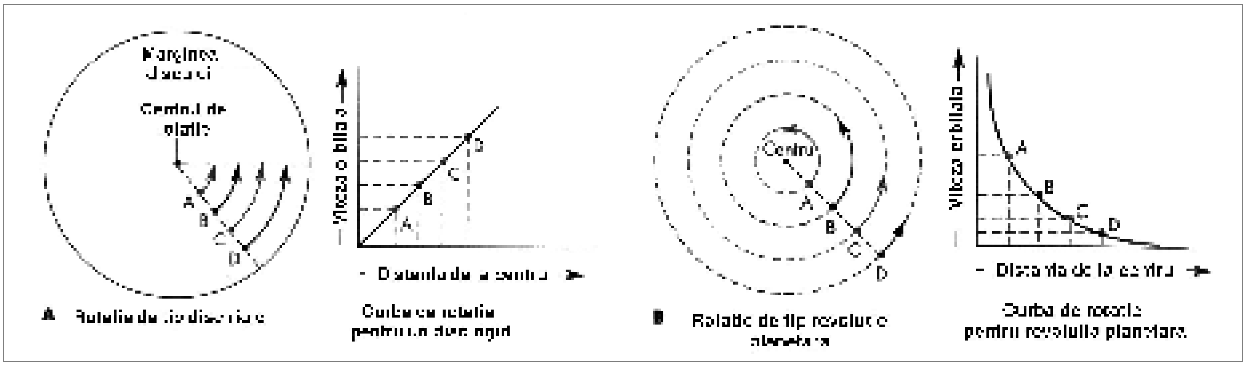
$$v^2 = GMm\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) \tag{3}$$

d) se poate folosi metoda sforii si a celor doua puncte fixe, focare. Aria se poate aproxima prin numarul de patratele descrise de doua pozitii succesive care pot fi numarate pe hartia milimetrica.

e) Pentru a rezolva problema se poate folosi legea a treia a lui Kepler si datele privind Pamantul, distanta medie de Soare si perioada lui de revolutie.

Brandt, "Introd. to Comets". P.61

Problema 13



Problema 16

a) Se foloseste relatia

$$\frac{diametrul \cdot masurat(mm)}{diametrul \cdot real(km)} = \frac{diametrul \cdot Lunii \cdot pe \cdot fotografie\,(mm)}{diametrul \cdot real \cdot al \cdot Lunii(km)} \tag{1}$$

b) Se observa ca triunghiurile TOM si MAP sunt asemenea: AP si TM sunt paralele iar unghiul APM este egal cu unghiul TMO. Se alege un crater situat langa terminator. Putem scrie raporturile:

$$\frac{TM}{OM} = \frac{MP}{AP}$$

unde:

TM este distanta de la crater la terminator
OM este raza Lunii
MP reprezinta inaltimea craterului
AP este lungimea umbrei craterului

Astfel avem inaltimea craterului:

$$MP = AP\frac{TM}{OM}$$

Pe fotografie raza Lunii este de 267mm.
Inaltimea masurata a craterului (in mm) se poate converti in km folosind relatia (1).