

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 28 februarie 2016

Clasa a X-a

Problema 1: Rezolvați ecuația:

$$\left[\frac{7 \log_{2016} x}{3} \right] + \left[\frac{1+7 \log_{2016} x}{3} \right] + \left[\frac{2+7 \log_{2016} x}{3} \right] = 5 \log_{2016} x^2 - 3,$$
 unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a .

Mădălina Mocanu, Giurgiu

Problema 2:

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care satisface proprietatea:

$2f(x^2) - (f(3x - 2))^2 \geq 1 \forall x \in \mathbb{R}$. Este f strict monotonă?

Daniel Bănanu, student Universitatea din București

Problema 3:

Calculați z^{2016} , știind că $z = 1 + \cos \frac{2015\pi}{2016} + i \sin \frac{2015\pi}{2016}$.

Elena Țincu, Giurgiu

Problema 4: Arătați că în orice triunghi ΔABC are loc inegalitatea:

$$\sqrt{A \sin A} + \sqrt{B \sin B} + \sqrt{C \sin C} \leq \sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{2}} \pi.$$

Șerban Olteanu, Giurgiu