OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALA – 15 FEBRUARIE 2015

Clasa a IX-a

Problema 1. Arătaţi că oricum se aleg 2015 numere reale din intervalul $\left(1,\ 2^{1007}\right)$, distincte două câte două, există printre ele trei numere care reprezintă lungimile laturilor unui triunghi.

Florin Ștefan Marcu, Călărași

Problema 2. Fie șirul de numere reale $\left(a_n\right)_{n\geq 0}$, definit prin $a_0 = 2015$ și $a_{n+1} = \dfrac{a_n^2}{a_n + 1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Arătați că $\left[a_n\right] = 2015 - n$; $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \leq 1008$.

Cristina Bornea, Călărași

Problema 3. Dacă ABC este un triunghi oarecare și D, M, P puncte cu proprietățile $D \in (AB)$, $M \in (BC)$, $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AD} = \frac{7}{5}\overrightarrow{DB}$ și $\overrightarrow{PM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$, demonstrați că $\overrightarrow{DP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Gheorghe Stoianovici, Călărași

Problema 4. Se numerotează vârfurile unui cub $ABCDEFGH$ cu câte un număr natural de la 1 la 8, astfel încât oricăror două vârfuri distincte să li se atribuie numere diferite. Se atribuie fiecărei muchii numărul egal cu suma numerelor atribuite vârfurilor care o determină. Există o numerotare a vârfurilor pentru care numerele atribuite muchiilor sunt distincte două câte două? Justificaţi răspunsul!

SUCCES!

Baremul de notare este: Problema 1. 7 puncte; **Problema 2.** 7 puncte; **Problema 3.** 7 puncte; **Problema 4.** 7 puncte.