**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ - 16 FEBRUARIE 2014****Clasa a VI-a**

**Problema 1.** Arătați că  $0,(03) < \frac{1}{1953} + \frac{1}{1954} + \dots + \frac{1}{2013} < 0,(3)$ .

*Carmen Firicescu, Corabia*

**Problema 2.** Rezolvați în mulțimea numerelor raționale pozitive ecuația:

$$\frac{x+1}{2} + \frac{x+5}{3} + \frac{x+11}{4} + \frac{x+19}{5} + \frac{x+29}{6} + \frac{x+41}{7} + \frac{x+55}{8} + \frac{x+71}{9} + \frac{x+89}{10} = 45.$$

*Gazeta Matematică nr. 10/2013*

**Problema 3.** Determinați numerele prime  $a < b < c$  care verifică relația

$$13a + 65b + 289c = 6622.$$

*Costel Anghel, Negreni*

**Problema 4.** Fie unghiurile neadiacente  $AOC$  și  $AOB$  astfel încât  $\frac{m(\sphericalangle AOB)}{m(\sphericalangle AOC)} = 1,5$ . Se știe că

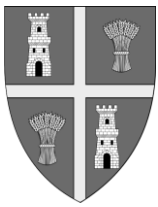
măsura unghiului format de bisectoarele lor este de  $30^\circ$ .

**a)** Determinați măsurile celor două unghiuri.

**b)** Arătați ca  $(OA$  și  $OB$  sunt semidrepte opuse.

*Nicolae Bivol, Corabia*

**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 2 ore și 30 de minute.

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

ETAPA LOCALĂ - 16 FEBRUARIE 2014

Clasa a VI-a

Soluții și bareme de corectare

**Problema 1.**

$$\text{Avem } \frac{1}{2013} < \frac{1}{1953} = \frac{1}{1953}, \frac{1}{2013} < \frac{1}{1954} < \frac{1}{1953}, \dots, \frac{1}{2013} = \frac{1}{2013} < \frac{1}{1953} \quad (4p)$$

Adunand relatiile obtinem:

$$\frac{61}{2013} < S < \frac{61}{1953} \quad (1p) \Rightarrow \frac{1}{33} < S < \frac{61}{1953} < \frac{651}{1953} \quad (1p) \Rightarrow 0, (03) < S < 0, (3) \quad (1p)$$

**Problema 2.**

$$\text{Avem: } 1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45 \quad (1p)$$

Ecuatia se poate scrie:

$$\left(\frac{x+1}{2} - 1\right) + \left(\frac{x+5}{3} - 2\right) + \left(\frac{x+11}{4} - 3\right) + \left(\frac{x+19}{5} - 4\right) + \left(\frac{x+29}{6} - 5\right) + \left(\frac{x+41}{7} - 6\right) + \left(\frac{x+55}{8} - 7\right) + \left(\frac{x+71}{9} - 8\right) + \left(\frac{x+89}{10} - 9\right) = 0 \quad (3p)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2} + \frac{x-1}{3} + \frac{x-1}{4} + \dots + \frac{x-1}{10} = 0 \quad (1p) \quad \Rightarrow (x-1) \underbrace{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}\right)}_{\neq 0} = 0 \quad (1p)$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \quad (1p)$$

**Problema 3.**

Numerele a,b,c nu pot fi toate impare deoarece membrul stang al egalitatii ar fi un numar impar,ce nu poate fi egal cu 6622.Deci putem avea un singur numar par sau toate pare.(2p)

Daca toate trei ar fi pare am avea a=b=c=2 care nu verifica (1p)

Deci un singur numar este par.Cum  $a < b < c \Rightarrow a = 2$ . (1p)

Obtinem:  $65b + 289c = 6596$ .Cum  $6596=17 \cdot 388$  si  $289 = 17^2$ ,trebuie ca b sa fie un multiplu al lui 17.Dar b este numar prim, de unde  $b=17$ . (2p).Inlocuind se obtine  $c=19$  (1p)

**Problema 4.**

$$\text{a) Avem: } \frac{m(\angle AOB)}{m(\angle AOC)} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{m(\angle AOB)}{3} = \frac{m(\angle AOC)}{2} = k \Rightarrow m(\angle AOB) = 3k \text{ si } m(\angle AOC) = 2k,$$

Deci (OC este in Int( $\angle AOB$ )) (2p)

$$\text{Daca (OM este bisectoarea } \angle AOC \Rightarrow m(\angle AOM) = m(\angle MOC) = k \quad (1p)$$

$$\text{Daca (ON este bisectoarea } \angle AOB \Rightarrow m(\angle AON) = m(\angle NOB) = \frac{3k}{2} \quad (1p)$$

$$\text{Atunci } m(\angle MON) = \frac{3k}{2} - k = \frac{k}{2} \Rightarrow \frac{k}{2} = 30^\circ \Rightarrow k = 60^\circ \quad (1p)$$

$$\text{Avem } m(\angle AOC) = 120^\circ \text{ si } m(\angle AOB) = 180^\circ \quad (1p)$$

$$\text{b) Din } m(\angle AOB) = 180^\circ \Rightarrow (OA \text{ si } (OB \text{ sunt semidrepte opuse. (1p)$$