INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI CĂLĂRAŞI

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALA – 21 FEBRUARIE 2016

Clasa a IX-a

Problema 1. Se consideră șirurile de numere reale $(x_n)_{n\geq 1}$ și $(y_n)_{n\geq 1}$. Dacă $3(x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n)=nx_{n+1}$ și $x_n=ny_n$, $(\forall)n\in\mathbb{N}^*$, atunci demonstrați că $(y_n)_{n\geq 1}$ este un șir progresie aritmetică.

Problema 2. Dacă notăm cu $[x]$ partea întreagă a numărului real x, atunci demonstrați că:

a) $\left[\sqrt{4n+1}\right]=\left[\sqrt{4n+2}\right]$, $(\forall)n\in\mathbb{N}$;

b) $\left[\sqrt{n}+\sqrt{n+1}\right]=\left[\sqrt{4n+1}\right]$, $(\forall)n\in\mathbb{N}$.

Problema 3. Dacă $a, b, c, d\in[0,+\infty)$ și $a+b+c+d=4$, atunci demonstrați că $a\sqrt{b}+b\sqrt{c}+c\sqrt{d}+d\sqrt{a}\leq 4$.

Problema 4. Se consideră triunghiul ΔABC și punctele $M\in(BC)$, $N\in(CA)$, $P\in(AB)$. Dacă $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+$ $+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$, atunci arătați că:

a) triunghiurile ΔABC și ΔMNP au același centru de greutate;

b) $(\exists)\alpha\in(0,1)$ astfel încât $\overrightarrow{BM}=\alpha\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CN}=\alpha\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AP}=\alpha\overrightarrow{AB}$.

SUCCES!

Subiectele au fost selectate de prof. Gheorghe Stoianovici

Baremul de notare este : Problema 1. 7 puncte; **Problema 2.** a) 3 puncte; b) 4 puncte; **Problema 3.** 7 puncte; **Problema 4. a**) 3 puncte; b) 4 puncte.

Str. Sloboziei, nr. 28, 910001
Mun. Călărași, Jud. Călărași
Tel: +40 0242 315 949
Fax: +40 0242 312 810
www.isj.cl.edu.ro