MATEMATIKA OLIMPIÁSZ

KÖRZETI SZAKASZ

2015. február 28.

VI. OSZTÁLY

1.) **a)** Ha $\overline{0{,}1(a)}+\overline{0,a(3)}$ = 0,3(5), határozd meg *a* értékét!

b) Határozd meg az $A=\left\{x\in\mathbb{N}\middle|\, x=\overline{a1b}+\overline{1b5}\text{ , }15|x\right\}$ halmaz elemeinek számát!

2.) Számítsd ki az *A* és *B* számok számtani középarányosát tudva azt, hogy $A=81^{504}:3^{2015}$, *B* pedig a legkisebb zérótól különböző természetes szám, amelyet a 12, $\frac{15}{4}$ és $1,(7)$ számokkal osztva, mindegyik esetben, a hányados természetes szám és a maradék 0!

3.) Legyen *ABC* egy háromszög. Az *AB* szakasz *D* felezőpontjában az *AB*-re emelt merőleges a *BC* oldalt az *E* pontban metszi.

a) Mutasd ki, hogy az *ABE*Δ egyenlő szárú!

b) Ha *AB* = 14 cm, *BC* = 18 cm és az *AEB* háromszög kerülete 38 cm, számítsd ki az *EC* szakasz hosszát!

4.) Legyen az *AOB* ∢ egy tulajdonképpeni szög. Az *M* pont az *AOB* ∢ belsőtartományában, az *N* pont az *AOB* ∢ külsőtartományában van. Az [*OP* félegyenes az *AOM* ∢ szögfelezője, $m(POB\sphericalangle)=60^\circ$ és $m(BOM\sphericalangle)=2\cdot m(BON\sphericalangle)$. Ha [*OQ* az *AOP*∢ szögfelezője igazold , hogy az *NOQ*∢ derékszög!

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

28 februarie 2015

BAREM

CLASA A VI-A

1.)	**Din oficiu**	**1p**
a)	$\frac{\overline{1a}-1}{90}+\frac{\overline{a3}-a}{90}=\frac{35-3}{90}$	**2p**
	10+*a*-1+10*a*+3-*a*=32, 10*a*=20, *a*=2	**2p**
b)	$15\|x \Rightarrow 5\|x, 3\|x, x=\overline{a1b}+\overline{1b5} \Rightarrow b=0$ vagy $b=5$	**1p**
	Dacă $b=0 \Rightarrow x=\overline{a10}+105 \Rightarrow 3 \mid \overline{a10} \Rightarrow a\in\{2,5,8\}$ Dacă $b=5 \Rightarrow x=\overline{a15}+155 \Rightarrow a\in\{1,4,7\}$	**2p**
	$x\in\{315,615,915,270,570,870\}$	**1p**
	card A= 6	**1p**

2.)	**Din oficiu**	**1p**
	$A=81^{504}:3^{2015}=\left(3^4\right)^{504}:3^{2015}=3^{2016}:3^{2015}=3^1=3$	**3p**
	B trebuie să îndeplinească următoarele condiţii: $B:12\in\mathbb{N}$, $B:\frac{15}{4}=B\cdot\frac{4}{15}\in\mathbb{N}$ şi $B:1,(7)=B:\frac{16}{9}=B\cdot\frac{9}{16}\in\mathbb{N}$	**2p**
	Rezultă că $B=[12,15,16]=16\cdot3\cdot5=240$.	**3p**
	Media aritmetică a numerelor *A* şi *B* este: $(A+B):2=(240+3):2=121{,}5$.	**1p**

3.)	**Din oficiu**	**1p**
a)	Desen corect	**1p**
	$\left.\begin{array}{l}[AD]\equiv[DB]\\ \widehat{ADE}\equiv\widehat{BDE}\\ [DE]\equiv[DE]\end{array}\right\}\Rightarrow \Delta ADE\equiv\Delta BDE$	**3p**
	$\Delta ADE\equiv\Delta BDE\Rightarrow[AE]\equiv[BE]$. Deci triunghiul *ABE* este isoscel.	**2p**
b)	$P_{ABE}=2\cdot BE+AB$. Deoarece $P_{ABE}=38\,cm$ şi $AB=14\,cm$, rezultă că $2BE+14\,cm=38\,cm\Rightarrow BE=(38\,cm-14\,cm):2=12\,cm$. Deci $EC=BC-BE=18\,cm-12\,cm=6\,cm$	**3p**

4.)	**Din oficiu**	**1p**
	Desen corect	**2 p**
	Notăm $m(\sphericalangle AOQ)=m(\sphericalangle QOP)=a$, $a>0$	**1 p**
	Avem $m(\sphericalangle AOP)=2a$, $m(\sphericalangle AOM)=4a$	**2 p**
	Din $m(\sphericalangle POB)=60^\circ$ avem $m(\sphericalangle BOM)=60^\circ-2a$	**1 p**
	$m(\sphericalangle BON)=30^\circ-a$	**1 p**
	$m(\sphericalangle NOQ)=m(\sphericalangle NOB)+m(\sphericalangle BOP)+m(\sphericalangle POQ)=30^\circ-a+60^\circ+a=90^\circ$	**2 p**