INSPECTORATUL
ŞCOLAR JUDEŢEAN
M E H E D I N Ţ I

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI
CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ-14 FEBRUARIE 2015

Clasa a IX-a

SUBIECTUL I :

Fie $a, b, c, d \in (0, \infty)$. Să se arate că:

$$\left(1+\frac{a}{b}\right)^2+\left(1+\frac{b}{c}\right)^2+\left(1+\frac{c}{d}\right)^2+\left(1+\frac{d}{a}\right)^2 \geq 16$$

SUBIECTUL II :

Se consideră șirul crescător $(a_n)_{n\geq 0}$ definit prin:

$a_0 = 0\,, a_1 = 1, a_{n+1} = 2\sqrt{a_{n+1}\cdot a_n} - a_n + 1\,, n \geq 1.$

Să se arate că:

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} \sqrt{1+4\sqrt{a_k \cdot a_{k-1}}}$$

SUBIECTUL III:

a. Dați un exemplu de progresie geometrică neconstantă care are o infinitate de termeni iraționali. (Justificare)

b. O progresie aritmetică are doi termeni raționali. Demonstrați că toți termenii săi sunt raționali.

c. O progresie aritmetica are doi termeni iraționali. Să se arate că progresia are o infinitate de termeni iraționali.

SUBIECTUL IV:

Se consideră în plan 2015 vectori. Doi elevi se joacă alegând alternativ câte un vector, până când sunt aleși toți vectorii. Pierde jocul cel pentru care suma vectorilor aleși are lungimea mai mică. Arătați că primul elev poate folosi o strategie prin care să nu piardă jocul.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.