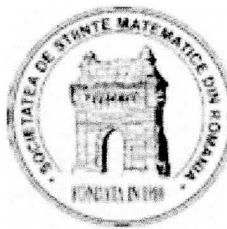




INSPECTORATUL
ȘCOLAR AL
JUDEȚULUI
VÂLCEA



SOCIETATEA
DE ȘTIINȚE
MATEMATICE
DIN ROMÂNIA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 15.02.2015
CLASA A XII-A

SUBIECTUL I

Să se calculeze $I = \int_2^3 \frac{\ln(x-1)}{x^2+1} dx$.

Prof. Cătălin Bîrzescu, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL II

Fie (G, \cdot) un grup în care nu există elemente de ordinul 2. Să se arate că dacă $(xy)^2 = (yx)^2$, pentru orice $x, y \in G$, atunci G este grup abelian.

G.M. nr.6-7-8/2013

SUBIECTUL III

Fie $M = \left\{ A(x) \middle| A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 \\ x & 0 & 1-x \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\} \right\}$.

- Să se arate că (M, \cdot) este grup abelian.
- Să se calculeze simetricul elementului $A(2015)$.
- Să se calculeze $A^n(x)$, $n \in \mathbb{N}^*$.

Prof. Cătălin Pană, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL IV

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă cu proprietatea că $f(1-x) + f(1+x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Să se arate că $\int_0^{2015} f(x) dx = \int_{2013}^{2014} f(x) dx$.

Prof. Cătălin Bîrzescu, Rm. Vâlcea

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7 puncte.

Toate subiectele sunt obligatorii.