



INSPECTORATUL  
ȘCOLAR AL  
JUDEȚULUI  
VÂLCEA



SOCIETATEA  
DE ȘTIINȚE  
MATEMATICE  
DIN ROMÂNIA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ – 15.02.2015  
CLASA A XII-A

**SUBIECTUL I**

Să se calculeze  $I = \int_2^3 \frac{\ln(x-1)}{x^2+1} dx$ .

Prof. Cătălin Bîrzescu, Rm. Vâlcea

**SUBIECTUL II**

Fie  $(G, \cdot)$  un grup în care nu există elemente de ordinul 2. Să se arate că dacă  $(xy)^2 = (yx)^2$ , pentru orice  $x, y \in G$ , atunci  $G$  este grup abelian.

G.M. nr.6-7-8/2013

**SUBIECTUL III**

Fie  $M = \left\{ A(x) \mid A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 \\ x & 0 & 1-x \end{pmatrix}, x \in \mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\} \right\}$ .

- Să se arate că  $(M, \cdot)$  este grup abelian.
- Să se calculeze simetricul elementului  $A(2015)$ .
- Să se calculeze  $A^n(x)$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ .

Prof. Cătălin Pană, Rm. Vâlcea

**SUBIECTUL IV**

Fie  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  o funcție continuă cu proprietatea că  $f(1-x) + f(1+x) = f(x)$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ . Să se arate că

$$\int_0^{2015} f(x) dx = \int_{2013}^{2014} f(x) dx.$$

Prof. Cătălin Bîrzescu, Rm. Vâlcea

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7 puncte.

Toate subiectele sunt obligatorii.