Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală -20.02.2016
Clasa a VII-a
Soluții și bareme

Subiectul 1.

a) (4 puncte)

$a=-\frac{3}{4}$ **3p**

$a<0$, deci nu există $\sqrt{a}$ **1p**

b) (3 puncte)

Însumând zecimalele astfel încât să ne apropiem de numărul 2016 şi observând că 1+2+3+...+63=2016, deducem că pentru 63 cifre de 1 se adaugă 2016 cifre de 2, deci ar trebui să avem 62 de 1, ceea ce ar însemna 62 + 62·63 : 2 zecimale, adică 2015 în total (cifre de 1 si de 2)..**2p**

$b=1\underbrace{2}_{1}\ 1\ \underbrace{22}_{2}\ 1\ \underbrace{222}_{3}\ 1.......1\ \underbrace{22\ldots21}_{62}\ ....$

Prin urmare, a 2016-a zecimală va fi 1...**1p**

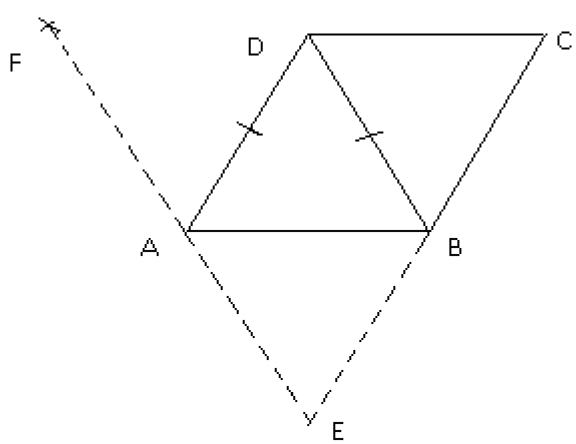
Subiectul 2.

a) $2^5-2^4-2^3-2^2-2-1=2^4(2-1)-2^3-2^2-2-1=2^3(2-1)-4-2-1=1$..**3p**

b) Aducând la acelaşi numitor fracţiile de sub radical se obţine rezultatul $1/2^n$ **2p**

Pentru n număr par, A_n reprezintă un număr raţional, deci fiecare termen al sumei este raţional, aşadar $A_2+A_4+A_6+...+A_{2016}\in \mathbf{Q}$ **2p**

Subiectul 3.



a) ABCD fiind paralelogram rezultă AD ∥ BC și [AD]≡[BC], iar din simetria punctelor E și C față de B obținem [BE]≡[BC], de unde rezultă [AD]≡[BE] și cum AD∥ BE, patrulaterul ADBE va fi paralelogram **2p**

Calea 13 Septembrie, nr 209,
Sector 5, 050722, București
Tel: +40 (0)21 317 36 50
Fax: +40 (0)21 317 36 5

Cum [AD]≡[DB] din ipoteză, deducem că ADBE este romb, deci DE⊥AB.................**1p**

Dar AB∥ DC, deci DE⊥CD..**1p**

b) Din ADEB romb⇒DB∥AE şi [DB]≡[AE] (1)

Cum F=sim$_A$ E⇒[AF]≡[AE] şi F∈ AB (2) **1p**

Din (1) şi (2) se obţine DB∥AF şi [DB]≡[AF] , deci ABDF este paralelogram

⇒FD∥AB..**1p**

Prin punctul D, exterior dreptei AB, trec dreptele DC∥AB (ABCD este paralelogram) şi DF∥AB (ABDF paralelogram). Conform axiomei lui Euclid, prin D trece o singură paralelă la AB, deci dreptele DC şi DF coincid, aşadar punctele C,D,F sunt coliniare....**1p**

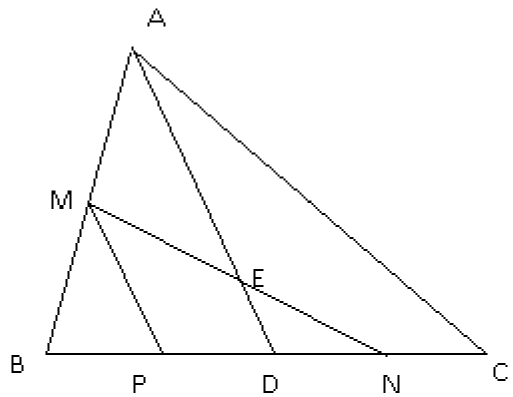
Subiectul 4.

a) Fie P mijlocul lui [BD]. În ΔABD, [MP] este linie mijlocie, deci MP∥ AD

şi MP=AD/2..**2p**

Cum ED=AD/4, rezultă ED=MP/2 şi din ED∥MP, deducem că [ED] este linie mijlocie în triunghiul MNP..**1p**

Atunci E este mijlocul lui [MN] ⇒ [ME]≡[EN]..**1p**



b) [ED] este linie mijlocie în ΔMPN ⇒[PD]≡[DN]...**1p**

PD=BD/2=DC/2, deci DN=DC/2..**1p**

Rezultă că N este mijlocul lui [DC], deci [DN]≡[NC]...**1p**

***Observatie**. Se puncteaza corespunzator orice alta metoda corecta.*

Calea 13 Septembrie, nr 209,
Sector 5, 050722, București
Tel: +40 (0)21 317 36 50
Fax: +40 (0)21 317 36 5