

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ**  
**SUCEAVA, 17 februarie 2024**

**CLASA a VII-a**

1. Se consideră suma  $S_n = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

a) (4p) Calculați media geometrică a numerelor  $S_3$  și  $S_8$ .

b) (3p) Calculați partea întreagă a numărului  $(S_n + 1)\sqrt{n}$ .

2. (7p) Determinați numerele naturale  $a$  și  $b$ , știind că există un unic număr natural  $n$  pentru care  $a\sqrt{b+1} < \sqrt{n} < (a+1)\sqrt{b}$ .

3. În paralelogramul ABCD, M și N sunt mijloacele laturilor AB și respectiv CD. Prin punctul M se construiește paralela la diagonala BD ce intersectează AN în P și AD în R, iar prin punctul N se construiește paralela la diagonala BD ce intersectează CM în Q.

a) (3p) Arătați că punctele C, G și R sunt coliniare, unde G este punctul de intersecție al dreptelor AN și BD.

b) (4p) Calculați raportul dintre aria triunghiului AMP și aria patrulaterului MPNQ.

4. (7p) Într-un trapez isoscel ABCD, cu  $AB \parallel CD$  și  $AB > CD$ , diagonalele sunt perpendiculare și concurente în punctul M. Știind că lungimea razei cercului circumscris trapezului este de 5cm, iar distanța de la centrul cercului la punctul M este de  $3\sqrt{2}$  cm, calculați perimetrul trapezului.

**Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.**

**2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.**

**3. Timp de lucru 3 ore.**