INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BIHOR
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA FILIALA BIHOR
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 5. 03. 2016

Clasa a V – a

PROBLEMA 1. Radu şi Alexandra au împreună 11 lei. Ei hotărăsc să cumpere împreună o carte, participând cu sume egale de bani. Radu este nevoit să împrumute de la Alexandra 1 leu, iar după cumpărarea cărţii Alexandra rămâne cu 5 lei.

a) Aflaţi preţul cărţii;

b) Câţi lei a avut Alexandra iniţial?

PROBLEMA 2. Arătaţi că dintre oricare 5 puteri ale lui 3, există cel puţin două, a căror diferenţă este divizibilă cu 5.

PROBLEMA 3. Mulţimea A de numere naturale are proprietăţile:

(i) $2 \in A$;

(ii) dacă $x \in A$, atunci $4x \in A$;

(iii) dacă $9x + 11 \in A$, atunci $x \in A$.

Arătaţi că $13 \in A$.

PROBLEMA 4. Pe o tablă sunt desenate 20 de cercuri albe, 21 de cercuri roşii şi 22 de cercuri verzi. Se şterg două cercuri de culori diferite şi se desenează în loc un cerc de a treia culoare. Această operaţie se repetă astfel încât pe tablă să rămână un singur cerc. Precizaţi culoarea cercului rămas pe tablă. Justificaţi răspunsul.

[1]Timpul efectiv de lucru este de 2 ore;
[2]Toate problemele sunt obligatorii;
[3]Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 5. 03. 2016

BAREM DE CORECTARE - Clasa a V – a

PROBLEMA 1. Radu şi Alexandra au împreună 11 lei. Ei hotărăsc să cumpere împreună o carte, participând cu sume egale de bani. Radu este nevoit să împrumute de la Alexandra 1 leu, iar după cumpărarea cărţii Alexandra rămâne cu 5 lei.

a) Aflaţi preţul cărţii;

b) Câţi lei a avut Alexandra iniţial?

Barem de corectare. Metoda algebrică (alternativ, metoda figurativă):

$(2p)$ a) Preţul cărţii este $11 - 5 = 6$ lei.

$(3p)$ b) Fie R suma de bani pe care o are Radu şi fie A suma de bani pe care o are Alexandra. Deoarece $R + A = 11$ şi $R + 1 = A - 1 - 5$,

$(2p)$ obţinem $A = R + 7$, de unde găsim că $R = 2$ şi $A = 9$.

PROBLEMA 2. Arătaţi că dintre oricare 5 puteri ale lui 3, există cel puţin două, a căror diferenţă este divizibilă cu 5.

Barem de corectare.

$(2p)$ Deoarece ultima cifră a numărului 3^x poate fi $1,\ 3,\ 9$ sau 7,

$(3p)$ din cele cinci puteri ale lui 3, vor fi cel puţin două având aceeaşi ultima cifră.

$(2p)$ Diferenţa acestora are ultima cifră 0, deci este divizibilă cu 5.

PROBLEMA 3. Mulţimea A de numere naturale are proprietăţile:

(i) $2 \in A$;

(ii) dacă $x \in A$, atunci $4x \in A$;

(iii) dacă $9x + 11 \in A$, atunci $x \in A$.

Arătaţi că $13 \in A$.

Barem de corectare.

$(2p)$ Pentru a obţine $13 \in A$, este suficient să arătăm că $9 \cdot 13 + 11 = 128 \in A$.

$(2p)$ Din fapul că $2 \in A$, obţinem $4 \cdot 2 = 8 \in A$

$(2p)$ $\Rightarrow 4 \cdot 8 = 32 \in A$

$(1p)$ $\Rightarrow 4 \cdot 32 = 128 \in A$.

PROBLEMA 4. Pe o tablă sunt desenate 20 de cercuri albe, 21 de cercuri roşii şi 22 de cercuri verzi. Se şterg două cercuri de culori diferite şi se desenează în loc un cerc de a treia culoare. Această operaţie se repetă astfel încât pe tablă să rămână un singur cerc. Precizaţi culoarea cercului rămas pe tablă. Justificaţi răspunsul.

Barem de corectare. Vom ilustra modificările ce intervin odată cu efectuarea unei operaţii, astfel:

		Alb	**Roşu**	**Verde**
$(2p)$	Iniţial:	par	impar	par
$(2p)$	După prima operaţie:	impar	par	impar
	După a doua operaţie:	par	impar	par

e.t.c.

$(3p)$ Pentru a rămâne un cerc pe tablă, este necesar să avem $0, 0, 1$ (nu neapărat în această ordine), adică două numere pare şi unul impar. În concluzie, cercul rămas este unul roşu.

[1]Fiecare corector acordă un număr întreg de puncte;

[2]Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.