OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală – 9 februarie 2013

CLASA a VII– a
BAREM DE CORECTARE

1. a) numitor comun $(k-1)\cdot k\cdot(k+1)$……………………………………………………………**1p,**
finalizare ……………………………………………………………………………………………**2p.**

b)
$\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\frac{1}{3\cdot4\cdot5}+\cdots+\frac{1}{n\cdot(n+1)\cdot(n+2)}=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{1\cdot2}-\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3}-\frac{1}{3\cdot4}+\cdots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}-\frac{1}{(n+1)\cdot(n+2)}\right)$………**2p,**
$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{(n+1)\cdot(n+2)}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{101\cdot102}\right)$……………………………………………………**1p,**
$n=100$……………………………………………………………………………………………………**1p.**

2. a) $U_c(8^n)\in\{8,4,2,6\}$…………………………………………………………………………**1p,**
$U_c(7^m)\in\{7,9,3,1\}$…………………………………………………………………………………**1p.**
b) $a\,\vdots\,5 \Rightarrow U_c(a)\in\{0,5\}$ demonstrăm că $U_c(b)\in\{0,5\}$,
1) dacă $n=4k+1$, atunci $m=4l+1 \Rightarrow U_c(a)=5 \Rightarrow U_c(b)=5$, adică $b\,\vdots\,5$……….**1p,**
2) dacă $n=4k+2$, atunci $m=4l \Rightarrow U_c(a)=5 \Rightarrow U_c(b)=5$, adică $b\,\vdots\,5$………………**1p,**
3) dacă $n=4k+3$, atunci $m=4l+3 \Rightarrow U_c(a)=5 \Rightarrow U_c(b)=5$, adică $b\,\vdots\,5$……….**1p,**
4) dacă $n=4k$, atunci $m=4l+2 \Rightarrow U_c(a)=5 \Rightarrow U_c(b)=5$, adică $b\,\vdots\,5$………………**1p,**
Analog, $U_c(b)\in\{0,5\} \Rightarrow U_c(a)\in\{0,5\}$……………………………………………………**1p.**

3. Desen ……………………………………………………………………………………………**1p,**
a) $m(\sphericalangle BOE)=m(\sphericalangle COF)=90^0-m(\sphericalangle EOC)$……………………………………………**1p,**
$m(\sphericalangle EBO)=m(\sphericalangle OCF), [OB]\equiv[OC] \xRightarrow{U.L.U.} \Delta OBE\equiv\Delta OCF$…………………………………**1p,**
$[OE]\equiv[OF]$………………………………………………………………………………………**1p,**
b) Construim $OM\perp BC$………………………………………………………………………….**1p,**
ΔOMF dreptunghic, $m(\sphericalangle F)=30^0 \xRightarrow{T.\sphericalangle 30^0} OM=\frac{OF}{2}$………………………………………**1p,**
$OM=\frac{AB}{2} \Rightarrow OF=AB$, dar $OF=OE \Rightarrow (OE)\equiv(AB)$……………………………….**1p,**

4. Desen…………………………………………………………………………………………**1p,**
a) $DM=\frac{DC}{2}$……………………………………………………………………………………**1p,**
$DC=AB, DC||AB \Rightarrow DM$ este linie mijlocie în ΔNAB…………………………..……....**1p,**
b) $DN||BC, DN=BC(\Delta DMN\equiv\Delta BMC) \Rightarrow BDNC$ *paralelogram*………………………....**1p,**
$CD||BP, DC=BP(\Delta BCD\equiv\Delta DAB\equiv\Delta CBP) \Rightarrow BPCD$ *paralelogram*……….…....**1p,**
c) În ΔNAP, *AC* şi *NB* sunt mediane => *T* este centrul de greutate al triunghiului………....**1p,**
D este mijlocul laturii *[NA]* => *PD* este mediană, deci *D, T, P* sunt coliniare…………..…**1p.**

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN MARAMUREŞ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală – 9 februarie 2013
CLASA a VII– a

1. a) Arătaţi că:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k\cdot(k+1)}-\frac{1}{(k+1)\cdot(k+2)}\right)=\frac{1}{k\cdot(k+1)\cdot(k+2)},\ \forall k\in\mathbb{N}^*.$$

b) Aflaţi numărul natural nenul n astfel încât:

$$\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\frac{1}{3\cdot4\cdot5}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)(n+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{101\cdot102}\right).$$

2. Fie $m,n\in\mathbb{N}^*$ și definim numerele $a=8^n+7^m$ și $b=8^m+7^n$.

a) Aflaţi ultima cifră a numerelor 8^n şi 7^m, $m,n\in\mathbb{N}^*$.

b) Să se arate că numărul a se divide cu 5 dacă şi numai dacă numărul b se divide cu 5.

3. Se consideră pătratul $ABCD$ de centru O. Pe dreapta AB se consideră un punct E astfel încât $B\in(AE)$ și $m(\sphericalangle OEB)=30^\circ$. Perpendiculara în O pe OE intersectează dreapta BC în F. Arătaţi că:

a) Triunghiul EOF este isoscel.

b) $(OE)\equiv(AB)$.

S.G.M. 9/2012

4. În paralelogramul $ABCD$, M este mijlocul laturii DC, $BM\cap AD=\{N\}$, $CN\cap AB=\{P\}$ iar $BM\cap AC=\{T\}$. Arătaţi că:

a) Segmentul $[DM]$ este linie mijlocie în ΔNAB.

b) patrulaterele $BDNC$ şi $BDCP$ sunt paralelograme.

c) punctele D,T,P sunt coliniare.

Prelucrare, S.G.M. 11/2012

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.
Subiectele au fost propuse şi selectate de către:

prof. Gheorghe Sfara, Colegiul Naţional „Vasile Lucaciu”, Baia Mare.
prof. Nadina Neaga, Şcoala Gimnazială „Dr. Victor Babeş”, Baia Mare.

SUCCES!