OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
14.02.2015

CLASA A VI-A

SUBIECTUL I

Fie mulţimile $A=\left\{\frac{a}{b}\middle| a,b\in N^*, a+b=2015\right\}$ şi $B=\left\{x\in \mathbf{Q}\middle| x=\frac{a}{b}, a\in D_{12}, b\in D_6\right\}$. Calculaţi:

a) produsul tuturor elementelor mulţimii A;

b) produsul tuturor elemetelor mulţimii B .

SUBIECTUL II

a) Fie a, b, c numere naturale cu proprietatea că $2a+7b=5c$. Demonstraţi că produsul $(a+b)\cdot(b+c)\cdot(c+a)$ este divizibil cu 70.

b) Cinci numere naturale au proprietatea că suma oricăror patru dintre ele este un multiplu de 5. Demonstraţi că toate numerele sunt divizibile cu 5.

SUBIECTUL III

Se consideră unghiurile adiacente AOB şi BOC astfel încât măsura unghiului BOC este de 5 ori mai mare decât măsura unghiului AOB. Se construiesc OM bisectoarea unghiului BOC, ON semidreapta opusă semidreptei OM şi DO perpendiculară pe MN, D şi A de o parte şi de alta a dreptei MN. Ştiind că măsura unghiului AON este cu 30° mai mare decât dublul măsurii unghiului DOC, să se afle măsurile unghiurilor AOB, BOC, COD şi AON.

SUBIECTUL IV

În interiorul segmentului AB cu lungimea de 160 cm, se consideră punctele C si D astfel încât 3CA = 2CB iar 5AD = 3DB.

a) Să se calculeze lungimile segmentelor CA şi CB;

b) Să se stabilească ordinea punctelor A, B, C şi D pe dreapta AB;

c) Dacă O este mijlocul segmentului AB, să se calculeze raportul segmentelor OC şi OD.

Notă: *Toate subiectele sunt obligatorii;*
Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
Nu se acordă puncte din oficiu;
Timpul efectiv de lucru este de 2 ore din momentul primirii subiectului.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
CLASA a VI-a
14.02.2015

BAREM DE NOTARE

SUBIECTUL I

a) Fracţiile sunt de forma $\frac{k}{2015-k}$, unde k ia valori de la 1 la 2014 ....1p

Produsul numărătorilor este $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2014$ ca şi al numitorilor.......................................1p

Produsul fracţiilor este 1 ....1p

b) Divizorii lui 12 sunt: 1, 2, 3, 4, 6, 12 şi ai lui 6 sunt: 1, 2, 3, 6 …………………………........1p

Se consideră toate combinaţiile, care sunt în număr de 24 deoarece fiecare divizor al lui 12 apare de 4 ori, iar fiecare divizor al lui 6 apare de 6 ori.

Se elimină fracțiile echivalente............. ....…………………………......1p

Finalizare, se obține 2^6 .... 2p

TOTAL 7p

SUBIECTUL II

a) $7(a+b)=5(a+c) \rightarrow 7$ divide $a+c$ și 5 divide $a+b$ 1p

$2a+12b=5(b+c) \rightarrow 2$ divide $b+c$ 1p

$2 \cdot 5 \cdot 7=70$ divide $(a+b) \cdot (b+c) \cdot (c+a)$ 1p

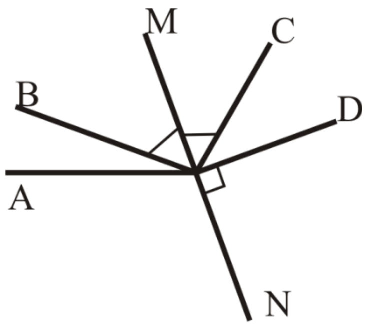
b) Dacă S este suma celor cinci numere și x, y două numere dintre acestea, din $S-x$ și $S-y$ divizibile cu 5, rezultă că $(S-x)-(S-y)=y-x$ este divizibil cu 5 .... 2p

cele cinci numere dau același rest r la împărțirea cu 5 .... 1p

Suma a patru numere dintre ele va fi de forma $5k+4r$, care este multiplu de 5 numai pentru $r=0$, deci cele cinci numere sunt multipli de 5 ....1p

TOTAL 7p

SUBIECTUL III



Din ipoteză avem m(∢BOC) = 5· m(∢AOB)..1p

m(∢COD) = 90° - m(∢MOC) adică m(∢COD) = 90° - 2,5 · m(∢AOB) 1p

m(∢AON) = 180° - 3,5· m(∢AOB).. 1p

m(∢AON) = 2· m(∢DOC) + 30°, ...1p

1,5· m(∢AOB) = 30° şi prin urmare m(∢AOB) = 20°...1p

Aşadar m(∢AOB) = 20°, ...1p

m(∢BOC) = 100°, m(∢COD) = 40° iar m(∢AON) = 110°..1p

TOTAL 7p

SUBIECTUL IV

a) Din AB = AC + CB avem 2AB = 2AC + 2CB, adică 2AC + 2CB = 320.......................1p

Înlocuind 2CB = 3AC se găsește 2AC + 3AC = 320, adică 5AC = 320…………………......1p

De unde AC = 64 cm iar CB = 96 cm ………………………………………………….......1p

b) Din AB = AD + DB avem 3AB = 3AD+ 3DB, de unde 8AD = 480…………………......1p

De unde AD = 60 cm , DB = 100 cm și ordinea punctelor este A, D, C, B…......................1p

c) Din O mijlocul lui AB rezultă OA = 80 cm, de unde OC = OA – AC = 16 (cm)

iar OD = OA – DA = 20 (cm) ……………………………………………………….......1p

Așadar raportul OC/OD = 4/5 ………………………………………………….................1p

TOTAL 7p