

CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ
“LAURENȚIU PANAITOPOL”
 EDIȚIA a X-a, 27-28 mai 2023, GIURGIU
Clasa a VI-a

M1. Fie $a_1 \neq -1, a_2 \neq -2, \dots, a_{2022} \neq -2022$, numere raționale pentru care

$$\frac{2023}{a_1 + 1} + \frac{2023}{a_2 + 2} + \dots + \frac{2023}{a_{2022} + 2022} = 2022.$$

Calculați $n = \frac{a_1 - 1}{a_1 + 1} + \frac{a_2}{a_2 + 2} + \frac{a_3 + 1}{a_3 + 3} + \dots + \frac{a_{2022} + 2020}{a_{2022} + 2022}$.

Soluție: Scriem numărătorii în funcție de numitori.....1p

$$n = \frac{a_1 + 1 - 2}{a_1 + 1} + \frac{a_2 + 2 - 2}{a_1 + 2} + \frac{a_3 + 3 - 2}{a_3 + 3} + \dots + \frac{a_{2022} + 2022 - 2}{a_{2022} + 2022} = \dots 4p$$

Distribuim numitorii și dam factor comun.....1p

$$= 2022 - 2 \left(\frac{1}{a_1 + 1} + \frac{1}{a_2 + 2} + \dots + \frac{1}{a_{2022} + 2022} \right) = 2022 - 2 \cdot \frac{2022}{2023} = \frac{2021 \cdot 2022}{2023} . 3p$$

1P din oficiu

M2. Fie triunghiul obtuzunghic isoscel BAC și mediana AM . Se consideră MN paralelă cu AB astfel încât $m(\widehat{AMN}) = x^\circ + 30^\circ$ și $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACB}) = x^\circ$. Să se afle :

- Natura triunghiurilor AMN și MNC ;
- Perimetrul triunghiului ABC , știind că MN are lungimea egală cu produsul primelor două numere prime.

R: a) AM -mediana dusă din vârful triunghiului isoscel $\Rightarrow AM$ – bisectoarea unghiului BAC1p

$MN \parallel AB$ și AM secanta lor \Rightarrow (unghiuri alterne interne) $m(\widehat{BAM}) = m(\widehat{AMN}) = m(\widehat{CAM}) = x^\circ + 30^\circ$ 2p

$\Rightarrow x = 30^\circ$. ΔAMN este echilateral 1p

$$m(\widehat{NMC}) = m(\widehat{NCM}) = 30^\circ \Rightarrow \Delta NMC \text{ isoscel} \dots \dots \dots 1p.$$

b) Din ipoteză $AM = 2 \cdot 3 = 6$0,5p

și este cateta ce se opune unghiului de 30° în ΔAMB dreptunghic 0,5p

\Rightarrow (cf. teoremei 30 60 90) $AB = 2AM, AM=6$1p

, $AB = 12 = AC$, iar cf. teoremei lui Pitagora \Rightarrow

$$BM = 6\sqrt{3} \dots \dots \dots 1p$$

\Rightarrow Perimetrul ΔABC este egal cu $24 + 12\sqrt{3}$1p

1p din oficiu