



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 15 FEBRUARIE 2015

Clasa a VII-a

Problema 1. Dacă știți că pentru numerele $x, y, z \in \mathbb{R}$ sunt adevărate simultan egalitățile $xy(x+y+z)=11$, $yz(x+y+z)=22$ și $zx(x+y+z)=33$, atunci determinați produsul lor xyz .

Adriana Constantin, Călărași

Problema 2. Se consideră triunghiul ABC și punctele $M \in (BC)$, $N \in (AC)$, $P \in (AB)$ astfel încât în triunghiul ABC dreapta AM este mediană, semidreapta (BN) este bisectoare și dreapta CP înălțime. Dacă există un punct O cu proprietatea $(AM) \cap (BN) \cap (CP) = \{O\}$, arătați că $BP \leq \frac{BA+BC}{4}$.

Gheorghe Fianu, Ștefan cel Mare

Problema 3. Se consideră triunghiul ABC și punctele $F \in (BC)$, $G \in (AC)$, $E \in (AB)$ astfel încât $\frac{AE}{EB} = \frac{BF}{FC} = \frac{CG}{GA} = \frac{1}{4}$. Dacă $(AF) \cap (CE) = \{K\}$, $(AF) \cap (BG) = \{L\}$, $(BG) \cap (CE) = \{M\}$ și aria triunghiului ABC este egală cu 1, calculați aria triunghiului KLM .

Cristina Bornea, Călărași

Problema 4. Fie dreptunghiul $ABCD$ cu proprietatea $AB = 3 \cdot BC$. Dacă punctele $M, N \in (AB)$ astfel încât $AM = MN = NB$ și punctele $P, Q \in (CD)$ astfel încât $CP = PQ = DQ$, atunci:

- Arătați că $m(\angle BAC) + m(\angle BMC) = m(\angle BNC)$.
- Arătați că centrele de greutate ale triunghiurilor ANC și MNP coincid.
- Dacă $DG \cap MP = \{S\}$, $DG \cap AB = \{R\}$ și $QS \cap AB = \{T\}$, demonstrați că $AB = 12 \cdot TN$.

Furtuna Sorin, Călărași

SUCCES!

Baremul de notare este: Problema 1. 7 puncte; **Problema 2.** 7 puncte; **Problema 3.** 7 puncte; **Problema 4. a)** 3 puncte; **b)** 2 puncte; **c)** 2 puncte.