Olimpiada de matematică
Etapa locală - 16 februarie 2013

Clasa a V-a

1. Se dau numerele:

$$x=\left[\left(2^7\right)^4+125^3-7^{25}:7^{15}\right]:\left(5^9-49^5+4^{14}\right)\cdot 3^{26}$$

$$y=2^{100}:\left[\left(6^{17}:6^{16}-4\right)^{97}+2^{104}:\left(2^4\cdot 2^3\right)+\left(2^2\right)^{49}\right]\cdot 2^{38}.$$

a) Arătaţi că $x=3^{26}$ şi $y=2^{39}$;

b) Care dintre numerele x şi y de mai sus este mai mare?

2. La un concurs de matematică, din 40 de elevi, 25 au rezolvat prima problemă, 30 a doua problemă, 35 a treia problemă, iar 33 a patra problemă. Arătaţi că cel puţin 3 elevi au rezolvat toate cele 4 probleme.

3. Determinaţi toate numerele naturale de forma $\overline{abc}$ care împărţite la $\overline{bc}$ dau câtul 4 şi restul $\overline{bc}-8$.

Gazeta Matematică – nr.10/ 2012

4. La un meci de fotbal, echipa câştigătoare primeşte 3 puncte, iar cea învinsă primeşte 0 puncte. Dacă meciul se termină egal, fiecare echipă primeşte câte 1 punct. Cu aceste reguli de punctaj se organizează un turneu la care participă patru echipe, fiecare echipă jucând câte două meciuri cu fiecare dintre celelalte trei. La final se realizează un clasament în funcţie de punctajul acumulat de fiecare echipă.

a) Determinaţi câte meciuri se joacă în total în acest turneu;

b) Dacă suma tuturor punctelor acumulate de către cele 4 echipe este 34 puncte, determinaţi numărul de meciuri încheiate la egalitate.

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore din momentul primirii subiectului.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Olimpiada de matematică
Faza Zonală - 16 februarie 2013

Clasa a V-a - barem

1. a) $x = (2^{28} + 5^9 - 7^{10}) : (5^9 - 7^{10} + 2^{28}) \cdot 3^{26} = 3^{26}$ **2p**

$y = 2^{100} : \left[(6-4)^{97} + 2^{104} : 2^7 + 2^{98} \right] \cdot 2^{38} = 2^{100} : (2^{97} + 2^{97} + 2^{98}) \cdot 2^{38} =$

$= 2^{100} : (2^{97} \cdot 4) \cdot 2^{38} = 2^{100} : 2^{99} \cdot 2^{38} = 2^{39}$ **2p**

b) $\left.\begin{array}{l} x = 9^{13} \\ y = 8^{13} \end{array}\right| \Rightarrow x > y$ **3p**

2. $25 + 30 + 35 + 33 = 123$ rezolvări **2p**

Dacă din cei 40 de elevi, fiecare ar fi rezolvat cel mult trei probleme, am avea cel mult 120 rezolvări.

$123 - 120 = 3$ elevi neapărat au rezolvat toate problemele (principiul cutiei). **3p**

Finalizare **2p**

3. $\overline{abc} = \overline{bc} \cdot 4 + \overline{bc} - 8$, $a, b \neq 0$.

$100a + \overline{bc} = 5\overline{bc} - 8$

$100a = 4\overline{bc} - 8 / : 4$

$25a = \overline{bc} - 2$

Observăm că $\overline{bc} - 2 \leq 97 \Rightarrow a \leq 3$. **4p**

Pentru: $a = 3 \Rightarrow \overline{bc} = 79$

$a = 2 \Rightarrow \overline{bc} = 52$

$a = 1 \Rightarrow \overline{bc} = 27$ **3p**

4. a) Fiecare echipă joacă câte 6 meciuri, deci în total sunt $(6 \cdot 4) : 2 = 12$ meciuri. **2p**

b) Punctajul total pe un meci este 3p puncte când o echipă câştigă şi 2 puncte la meci egal. **2p**

La egal se pierde un punct din maximul posibil. **1p**

Punctajul maxim este 36, deci s-au pierdut 2 puncte, deci au fost 2 meciuri egale. **2p**

NOTĂ

- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro