

Olimpiada de matematică
faza locală
21 februarie 2016

Clasa a XI-a

- a) Fie $A \in M_{3,1}(\mathbb{C})$. Arătați că $\det(AA^t) = 0$.
b) Fie $B \in M_{3,2}(\mathbb{C})$. Arătați că $\det(BB^t) = 0$.
c) Fie $C \in M_{3,3}(\mathbb{C})$. Arătați că $\det(C - C^t) = 0$.
- Se consideră șirul definit astfel: $x_1 = 1$,

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2x_n},$$

pentru orice n .

- Aflați limita șirului.
- Calculați

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{\sqrt{n}}.$$

- Fie $A, B \in M_n(\mathbb{C})$, astfel încât $2A + 3B = 6AB$. Arătați că $AB = BA$.
- Arătați că

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) = \infty.$$

Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 3 ore.