MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN TIMIŞ
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA-FILIALA TIMIŞ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 21.02.2014
SUBIECTE clasa a VII-a

1.	a) Arătaţi că există o infinitate de numere naturale m şi n astfel încât $\sqrt{3^m+3^n}$ să fie număr raţional. b) Există numere naturale m şi n astfel încât $\sqrt{6^m+6^n}$ să fie număr raţional?
2.	Triunghiul ABC este isoscel cu $AB=AC$, iar $m(\measuredangle A)=36°$. Bisectoarea unghiului B intersectează AC în D. Demonstraţi că: a) $AD=BD=BC$. b) $BC^2=DC\cdot AC$.
3.	Aflaţi numerele întregi a, b, c, d, e ştiind că $abcde=1$ şi $\lvert a-b\rvert=\lvert b-c\rvert=\lvert d-e\rvert=\lvert e-a\rvert$.
4.	Un triunghi ABC are lungimile laturilor $AB=20$ cm, $BC=22$ cm, $AC=24$ cm. Dacă G şi I sunt, respectiv, centrul de greutate şi punctul de intersecţie al bisectoarelor triunghiului, arătaţi că GI este paralelă cu BC.

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

succes !

Prof. Zeno Blajovan, inspector şcolar pentru matematică – I.Ş.J. Timiş
Lector.dr. Mihai Chiş-preşedinte S.S.M.R. – Filiala Timiş

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN TIMIŞ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 21.02.2014
BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE
CLASA a-VII-a

Subiectul 1: (7 puncte)
a) Pentru $\mathrm{m} = 2\mathrm{k}$ şi $\mathrm{n} = 2\mathrm{k} + 1$ ($\mathrm{k} \in \mathbb{N}$), $3^{\mathrm{m}} + 3^{\mathrm{n}} = 3^{2\mathrm{k}} \cdot 4$ este pătrat perfect................................**4p**
b) Nu există numere cu proprietatea cerută, întrucât ultima cifră a lui $6^{\mathrm{m}} + 6^{\mathrm{n}}$ poate fi doar 2 sau 7..**3p**

Subiectul 2: (7 puncte)
a) Unghiurile de la baza triunghiului ABC au măsura de $72°$, deci triunghiurile BCD şi ADB sunt isoscele (cu bazele $[DC]$ şi $[AB]$)..**3p**
b) Din teorema bisectoarei în triunghiul ABC rezultă că $\frac{DC}{AD} = \frac{BC}{AB}$, deci $AD \cdot BC = DC \cdot AB$. Ţinând seama de egalităţile $AD = BC$ şi $AB = AC$, obţinem $BC^2 = DC \cdot AC$...**4p**

Subiectul 3: (7 puncte)
Din $\mathrm{a, b, c, d, e} \in \mathbb{Z}$ şi $\mathrm{abcde} = 1$ rezultă $\mathrm{a, b, c, d, e} \in \{-1,1\}$...**2p**
Dacă $\mathrm{a} = \mathrm{b}$, atunci $|\mathrm{b} - \mathrm{c}| = |\mathrm{d} - \mathrm{e}| = |\mathrm{e} - \mathrm{a}| = 0$, deci $\mathrm{a} = \mathrm{b} = \mathrm{c} = \mathrm{d} = \mathrm{e}$....................................**1p**
Cum $\mathrm{abcde} = 1$, rezultă că fiecare din numerele a, b, c, d, e este 1...**1p**
Dacă $\mathrm{a} \neq \mathrm{b}$, atunci $|\mathrm{a} - \mathrm{b}| = |\mathrm{b} - \mathrm{c}| = |\mathrm{d} - \mathrm{e}| = |\mathrm{e} - \mathrm{a}| = 2$.
Pentru $\mathrm{a} = 1$ obţinem $\mathrm{b} = -1, \mathrm{c} = 1, \mathrm{d} = 1, \mathrm{e} = -1$............................. ....**1.5p**
Pentru $\mathrm{a} = -1$ obţinem $\mathrm{b} = 1, \mathrm{c} = -1, \mathrm{d} = -1, \mathrm{e} = 1$, care nu verifică $\mathrm{abcde} = 1$.........................**1.5p**

Subiectul 4: (7 puncte)
Dacă $[AM]$ este mediana din A, atunci $\frac{GA}{GM} = 2$...**2p**
Dacă $(AD, D \in (BC)$, este bisectoarea din A, atunci din teorema bisectoarei rezultă $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ şi se obţine $BD = 10$...**2p**
Apoi, din teorema bisectoarei aplicată în triunghiul ABD, rezultă $\frac{IA}{ID} = 2$..**2p**
Din teorema reciprocă a lui Thales aplicată în triunghiul AMD rezultă că GI este paralelă cu BC.......**1p**