INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN

MUREŞ

www.edums.ro

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

S.S.M.R - FILIALA MUREȘ

Olimpiada de matematică

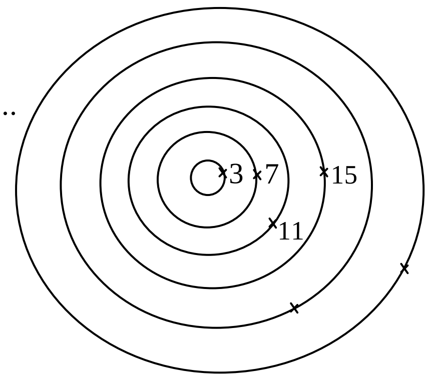
Fazalocală 13.02.2015

Clasa a V-a

I. TÉTEL

Számítsátok ki:a $= \left\{\left[2^3 \cdot 5^2 + \left(25^{50} : 5^{99} + 2^2 \cdot 3\right) \cdot 5^2\right] : 5^3 + 2^7 + 11^{1991} : \left(11^2\right)^{995}\right\} : \left(3^3 + 3^2\right)$

II. TÉTEL



Az ábrán látható körökre a következő számok vannak írva: 3, 7, 11, 15, …....

a) Írjátok le a következő két körre írandó számokat;

b) Határozzátok meg azt a számot, amit a 2015-ik körre kell írni;

c) Mutassátok ki, hogy a 2015-ik körre írt szám nem teljes négyzet;

d) Számítsátok ki az első 2015 körre írt szám összegét.

III. TÉTEL

Határozzátok meg azokat a két- vagy háromjegyű számokat, amelyeket ha 13-mal osztunk, a hányados *a* és a maradék *b*, ha pedig 11-gyel osztunk akkor a hányados *b* és a maradék *a*.

IV. TÉTEL

A2^{213}és3^{142}számok közül a nagyobbat megszorozzuk 24-gyel, a kisebbet pedig 18-cal. Mutassátok ki, hogy az így kapott számok különbsége osztható 72-vel.

Megjegyzés

Minden feladat kötelező.

Minden feladatot 0-tól 7-ig pontoznak.

Munkaidő 2 óra.

Problemeselectate de prof. MacaveiLuminițași prof. Andreica Gheorghe

S.S.M.R - FILIALA MURES

Olimpiada de matematică
Faza locală 13.02.2015
Clasa a V-a
Bareme de corectare

SUBIECTUL I

Calculaţi:

$$a = \{[2^3 \cdot 5^2 + (25^{50} : 5^{99} + 2^2 \cdot 3) \cdot 5^2] : 5^3 + 2^7 + 11^{1991} : (11^2)^{995}\} : (3^3 + 3^2)$$

Soluţie:

$a = \{[8 \cdot 25 + (5 + 12) \cdot 25] : 5^3 + 2^7 + 11\} : (36)$ 2p

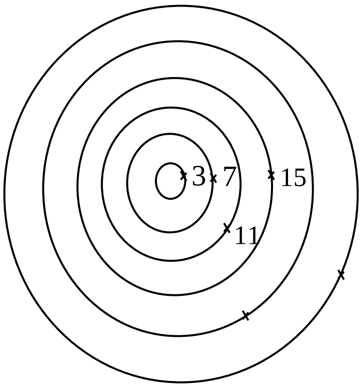
$\{(8 \cdot 25 + 17 \cdot 25) : 5^3 + 2^7 + 11\} : 36$ 1p

$\{(25 \cdot 25) : 5^3 + 128 + 11\} : 36$ 2p

$\{5 + 128 + 11\} : 36$ 1p

$144 : 36 = 4$ 1p

SUBIECTUL II



Pe cercurile din figură sunt aşezate numerele 3, 7, 11, 15, …....

a) Scrieţi numerele ce urmează a fi aşezate pe următoarele două cercuri;

b) Să se determine numărul ce trebuie aşezat pe al 2015 – lea cerc;

c) Să se arate că numărul de pe cercul al 2015 – lea, nu este pătrat perfect;

d) Să se calculeze suma numerelor de pe primele 2015 cercuri.

Soluţie:

a) 19, 23 ....2 p

b) Numerele de pe cercuri sunt de forma 4k + 3 deci, pe al 2015 – lea cerc este $4 \cdot 2014 + 3 = 8059$ 2p

c) Numărul de pe al 2015 – lea cerc este cuprins între două pătrate consecutive $89^2 < 8059 < 90^2$

Sau: nr. de forma 4k + 3 nu sunt pătrate perfecte. 1p

d) S = 4·0+3 + 4·1+3 +4·2+3 +……. + 4·2014+3 = 4·(0+1+2+3+….+2014) +3·2015 =

= 2014·2015·2 + 3·2015 = 2015 · 4031 = 8122465...2p

SUBIECTUL III

Să se determine numerele formate din două sau trei cifre care împărțite la 13 dau câtul *a* și restul *b* și împărțite la 11 dau câtul *b* și restul *a* .

Rezolvare:

Fie A numărul căutat, atunci: $A=13a+b, b\leq 12$ 1p

și $A=11b+a, a\leq 10$ 1p

De unde $13a+b=11b+a \Rightarrow 6a=5b,$ 2p

deci $a\in\{5,10\}$ și $b\in\{6,12\}$ 2p

Numerele căutate sunt: 71 și 142. ....1p

SUBIECTUL IV

Dintre numerele 2^{213} și 3^{142} numărul mai mare se înmulțește cu 24 iar numărul mai mic se înmulțește cu 18. Arătați că diferența numerelor astfel obținute este divizibilă cu 72.

Rezolvare:

Comparăm cele două numere:

$2^{213}=2^{3\cdot 71}=(2^3)^{71}=8^{71}$ iar...1p

$3^{142}=3^{2\cdot 71}=(3^2)^{71}=9^{71}$, ...1p

deci 3^{142} este mai mare.

$3^{142}\cdot 24-2^{213}\cdot 18=$ 2p

$3^{142}\cdot 2^3\cdot 3-2^{213}\cdot 2\cdot 3^2=$

$3^{143}\cdot 2^3-2^{214}\cdot 3^2=2^3\cdot 3^2\cdot(3^{141}-2^{211})=$ 2p

$72\cdot(3^{141}-2^{211})$ 1p

Se punctează orice rezolvare corectă diferită de cea din barem