INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059
Tel: 0260661391, Fax: 0260619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
etapa locală februarie 2016
SUBIECT si BAREM Clasa a VI-a

PROBLEMA 1

Fie şirul de fracţii: $\frac{1}{1\cdot 2}, \frac{2}{2\cdot 4}, \frac{3}{4\cdot 7}, \frac{4}{7\cdot 11}, \frac{5}{11\cdot 16}, ...$.

a) Completaţi şirul cu următoarele două fracţii;

b) Calculaţi suma primelor 10 fracţii din şir;

c) Care este a 100-a fracţie a şirului?

<u>Solutie:</u>

a) $\frac{6}{16\cdot 22}, \frac{7}{22\cdot 29}$ 2p

b) $S=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{2}{2\cdot 4}+...+\frac{10}{46\cdot 56}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-...+\frac{1}{46}-\frac{1}{56}=1-\frac{1}{56}=\frac{55}{56}$ 3p

c) $T_{100}=\frac{100}{a\cdot b}$ cu $a=b-100$ 1p

$b=1+1+2+3+4+....+100=1+\frac{100\cdot 101}{2}=5051$ 1p

PROBLEMA 2

Știind că suma $S=\overline{x45y}+2016$ se divide cu 18 și $x\neq y$, determinați diferența dintre valoarea maximă și minimă a lui S.

<u>Solutie</u>

Suma $S=\overline{x45y}+2016$ se divide cu 18 dacă $\overline{x45y}$ și 2016 se divid cu 18, deci cu 2 și cu 9.
1 p

Atunci $y\in\{0;2;4;6;8\}$ și x+4+5+y trebuie să fie multiplu de 9 2 p

rezultă x+y=9, 1 p

deci y=0, x=9 S= 9450+2016=11466 valoare maximă 1 p

y=8, x=1 S= 1458+2016=3474 valoare minimă 1 p

diferența 7992 1 p

PROBLEMA 3

Fie semidreptele [OA, [OB, [OC şi [OD, astfel ca unghiurile $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOC$ sunt adiacente, respectiv unghiurile $\sphericalangle BOC$ şi $\sphericalangle COD$ de asemenea sunt adiacente. Se consideră semidreapta [OE bisectoarea $\sphericalangle AOB$, semidreapta [OF bisectoare $\sphericalangle COD$ şi semidreapta [OS în prelungirea semidrepte [OA. Ştiind că unghiurile $\sphericalangle AOC$ şi $\sphericalangle BOD$ sunt suplementare:

a) Determinaţi măsura unghiului $\sphericalangle EOF$.

b) Demonstraţi că unghiurile $\sphericalangle DOS$ şi $\sphericalangle BOC$ sunt congruente.

<u>Solutie:</u>

figură 1p

$m(\sphericalangle AOB) + 2m(\sphericalangle BOC) + m(\sphericalangle COD) = 180^0$ 1p

$2m(\sphericalangle BOE) + 2m(\sphericalangle BOC) + 2m(\sphericalangle COF) = 180^0$ 1p

$m(\sphericalangle EOF) = m(\sphericalangle BOE) + m(\sphericalangle BOC) + m(\sphericalangle COF) = 90^0$ 1p

$m(\sphericalangle AOS) = 180^0$

.....................................1p

$m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle BOC) + m(\sphericalangle COD) + m(\sphericalangle DOS) = 180^0$ 1p

$m(\sphericalangle AOB) + 2m(\sphericalangle BOC) + m(\sphericalangle COD) = 180^0$

$m(\sphericalangle BOC) - m(\sphericalangle DOS) = 0 \rightarrow m(\sphericalangle BOC) = m(\sphericalangle DOS)$ 1p

PROBLEMA 4

Fie punctele A_0, A_1, A_2,..., A_n situate in aceasta ordine pe o dreaptă d astfel incat A_0A_1=1 cm, A_1A_2=2 cm, $A_2A_3=2^2$ cm,..., $A_{n-1}A_n=2^{n-1}$ cm.

a)Determinati numarul natural p astfel incat A_0A_p=2047 cm.

b)Daca M este mijlocul segmentului A_2A_{12} si N este mijlocul segmentului A_4A_{10} determinati lungimea segmentului MN.

(Gazeta Matematica)

<u>Solutie:</u>

a) $A_0A_p= A_0A_1+ A_1A_2+...+ A_{p-1}A_p \Rightarrow A_0A_p=1+2+2^2+...+2^{p-1}= 2^p-1$ 1p

$2^p-1=2047 \Rightarrow 2^p= 2^{11} \Rightarrow p=11$ 1p

b) M este mijlocul segmentului $A_2A_{12} \Rightarrow A_2M = \frac{A_2A_{12}}{2} \Rightarrow A_2M$ =2046cm si A_0M =2049cm 2p

N este mijlocul segmentului $A_4A_{10} \Rightarrow A_4N = \frac{A_4A_{10}}{2} \Rightarrow A_4N$ =504cm si A_0N =519cm 2p

MN= A_0M - $A_0N \Rightarrow$ MN=1530 cm 1p