Olimpiada de matematică
Etapa locală, 21.02.2016
Clasa a V- a

Subiecte :

1. Se consideră mulțimea $A=\{100,101,102,\dots,200\}$.
   a) Să se determine numărul elementelor lui A care sunt divizibile cu 10.
   b) Să se determine elementele lui A care, prin împărțire la 21 dau rest 12, iar prin împărțire la 28 dau rest 5.

2. Fie $n=2017\cdot 1212-1950\cdot 1212-67\cdot 1178-66\cdot 34$.
   a) Să se arate că n se poate scrie ca suma a două pătrate perfecte.
   b) Să se scrie numărul n^3 ca suma a două pătrate perfecte.

3. Fie $a=(2^{2016}+2^{2015}+2^{2014}):(2^{2011}+2^{2010}+2^{2009})-2^4-2^3-1$.
   a) Arătați că numărul $b=\ a^{2016}+2016^{\,a}$ nu este pătrat perfect.
   b) Să se compare numerele a^{672} și 2^{2016} .

4. Să se determine cel mai mic număr natural care are suma cifrelor egală cu 2016.

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.Timp de lucru : 2 ore .
La fiecare subiect se acordă de la 0 la 7 puncte.

Str. Carpați nr.15, 140059, Alexandria
Tel: +40 (0)247 31 27 12
Fax: +40 (0)247 31 70 92
E-mail: isjteleo@yahoo.com isjteleo@isjtr.ro
Web site: www.isjtr.ro

Barem cls. a V-a

Notă. Pentru orice soluție corectă, diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim din barem pentru enunțul respectiv .

1.
a) A conține 11 numere divizibile cu 10……………………………………………………...3 p

b) Dacă $n = 21k + 12$ și $n = 28p + 5$, $k, p \in \mathbb{N}$, rezultă $4n = 84k + 48$, $3n = 84p + 15$ și $4n - 3n = 84(k - p) + 33$, adică $n = 84q + 33$, $100 \le n \le 200$, deci $n = 117$………4 p

2.
a) $n = (2017 - 1950) \cdot 1212 - 67 \cdot 1178 - 66 \cdot 34 = 67(1212 - 1178) - 66 \cdot 34 =$
$= (67 - 66) \cdot 34 = 34 = 3^2 + 5^2$…………………………………………………….. 4 p
b) $n^3 = 34^3 = 34^2 \cdot 34 = 34^2 \cdot (3^2 + 5^2) = (34 \cdot 3)^2 + (34 \cdot 5)^2$…………………………3 p

3.
a) $a = 2^5 \cdot (2^{2011} + 2^{2010} + 2^{2009}) : (2^{2011} + 2^{2010} + 2^{2009}) - 2^4 - 2^3 - 1 =$
$= 2^5 - 2^4 - 2^3 - 1 = 7$ ....…………………………………………………………………3 p
$b = 7^{2016} + 2016^7$ are ultima cifră egală cu 7, deci nu este pătrat perfect…………………2 p

b) $2^{2016} = (2^3)^{672} = 8^{672} > 7^{672} = a^{672}$……………………………………………………2p

4. Dacă n este cel mai mic număr cu proprietatea dată, n trebuie să aibă cât mai puține cifre….3p
$2016 = 9 \cdot 224 = \underbrace{9 + 9 + \cdots + 9}_{de\ 224\ ori\ 9}$…………………………………………………………2p

Numărul căutat este $n = \underbrace{999 \ldots 9}_{de\ 224\ ori\ 9}$ ……………………………………………………… 2 p

Str. Carpați nr.15, 140059, Alexandria
Tel: +40 (0)247 31 27 12
Fax: +40 (0)247 31 70 92
E-mail: isjteleo@yahoo.com isjteleo@isjtr.ro
Web site: www.isjtr.ro