Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa Locală – Maramureş

Varianta II

 Clasa a V-a

1.Se dau numerele :

$$x=\left[2^{30^{2}}∙\left(2^{6}\right)^{100}∙2+\left(32^{4}\right)^{100}:2^{500}\right]^{2}+2^{3004}$$

$$y=5∙\left(3^{2002}-3^{2001}-9^{1000}\right)$$

Se cere:

1. Să se arate că x și y sunt pătrate perfecte.
2. Să se arate că x este divizibil cu 10.
3. Să se compare numerele x și y.

2 . Aflați numărul natural $\overbar{aa}$ pentru care:

$$2∙\overbar{aa}^{2}+2∙a^{3}+2∙a^{2}-a=2∙2014$$

(Gazetea Matematica nr. 10/2014)

3. Un elev trebuie să rezolve 24 de probleme în patru zile. În fiecare zi el rezolvă mai multe probleme decât în ziua precedentă. În ziua a patra rezolvă de cinci ori mai multe probleme decât in prima zi. Care este numărul maxim de probleme pe care le poate rezolva în a treia zi?

*Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*

*Subiecte selectate şi prelucrate de: Prof. Mic Vasile Sc. Gimnazială George Cosbuc Sighetu Marmației*

*Prof. Vișovan Magdalena Liceul Regele Ferdinand Sighetu Marmației*

*Prof. Zetea Teodora Colegiul Dragoș Vodă Sighetu Marmației*



\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa Locală - Maramureş

Varianta II - Barem de corectare

Clasa a V-a

1.Se dau numerele :

$$x=\left[2^{30^{2}}∙\left(2^{6}\right)^{100}∙2+\left(32^{4}\right)^{100}:2^{500}\right]^{2}+2^{3004}$$

$$y=5∙\left(3^{2002}-3^{2001}-9^{1000}\right)$$

Se cere:

1. Să se arate că x și y sunt pătrate perfecte.
2. Să se arate că x este divizibil cu 10.
3. Să se compare numerele x și y.
4. $x=\left(5∙2^{1500}\right)^{2}$ (2p)

$ y=\left(5∙3^{1000}\right)^{2}$ (2p)

1. $ y=2∙2^{2999}∙5∙5=10∙2^{2999}∙5$ (1p)
2. $x=\left(5∙\left(2^{3}\right)^{500} \right)^{2} $

$y=\left(5∙\left(3^{2}\right)^{500} \right)^{2}$ (1p)

$\left(2^{3}\right)^{500}<\left(3^{2}\right)^{500}$ $⟹$ x$<$y (1p)

2 . Aflați numărul natural $\overbar{aa}$ pentru care:

$$2∙\overbar{aa}^{2}+2∙a^{3}+2∙a^{2}-a=2∙2014$$

$a\in \left\{2,4,6,8\right\}$ (2p)

a nu poate fi 6 deoareace 2014 nu se divide cu 3 (1p)

a nu poate fi 8 pentru că 2014 nu se divide cu 4 (1p)

a=2
$2∙\overbar{22}^{2}+2∙2^{3}+2∙2^{2}-2=990$ nu convine (1p)

a=4

$\overbar{44}^{2}+2∙4^{3}+2∙4^{2}-2=2∙2014$ (1p)

$\overbar{aa}=44$ (1p)

 3. Un elev trebuie să rezolve 24 de probleme în patru zile. În fiecare zi el rezolvă mai multe probleme decât în ziua precedentă. În ziua a patra rezolvă de cinci ori mai multe probleme decât in prima zi. Care este numărul maxim de probleme pe care le poate rezolva în a treia zi?

Notăm cu x prima zi $⟹$a cincea zi 5x pagini in ziua a doua x+m ,iar ziua a treia x+n $⟹$

$n>m>1$ și 5x$>x+n $și 4x$>n$ (2p)

Avem $x+x+m+x+n+5x=24$ $⟹8x+m+n=24 $deci $x<3$ (2p)

Pentru $x=1 $ziua cincea sunt 5 probleme și putem avea $1+2+3+5,1+3+4+5,1+2+4+5 $deci nu se pot realiza 24 de pagini (1p)

Pentru $x=2 $ziua cincea sunt 10 probleme deci 2+3+9+10 (1p)

Deci in ziua a treia se pot rezolva maxim 9 probleme (2p)