



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 15.02.2014
Clasa a V-a

1. O sală de spectacole are 400 de locuri. Pentru un spectacol care începe la ora 20:00, ușile sălii se deschid la ora 19:00. În primul minut intră un spectator, în al doilea minut intră 3 spectatori și, tot așa, în fiecare minut intră cu doi mai mulți spectatori decât au intrat în minutul anterior. Aflați la ce oră s-a umplut sala.

Prof. Iulia Cecon, Oțelu Roșu
RMCS nr. 37

2. Un drum de lungime \overline{abc} km a fost străbătut astfel: în prima zi \overline{bc} km, în a doua zi jumătate din rest, iar în a treia zi restul, $\overline{bc} + c^2 + 20$ km, adică 200 km. Determinați lungimea drumului (a, b, c sunt cifre în baza 10).

Prof. Buzescu Antoanela, Caransebeș

3. Determinați ultima cifră a sumei tuturor numerelor naturale, nenule, care împărțite la 50 dau restul egal cu pătratul câtului.

Prof. Vasile Chiș, Reșița

4. La Jocurile Olimpice de Iarnă – Sochi 2014, România participă cu o echipă de 25 de sportivi care vor concura la probele de biatlon, patinaj viteză și schi fond. Să se determine câți sportivi din echipa României participă la toate cele trei probe sportive, dacă se știe că 5 sportivi nu participă nici la biatlon nici la patinaj viteză, 3 sportivi nu participă nici la patinaj viteză nici la schi fond, 4 sportivi nu participă nici la proba de schi fond nici la proba de biatlon și câte 5 sportivi participă la cel puțin câte două din cele trei probe.

Prof. Camelia Pîrvu, Oravița

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de două ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 7 puncte.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 15.02.2014

1. Notăm cu "n" timpul în care se umple sala (în minute).

Numărul spectatorilor care intră în sală va fi:

$$1+3+5+\dots+(2n-1) \dots\dots\dots 3p$$

$$\text{Calculând obținem } n^2 = 400 \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{și prin urmare: } n = 20 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Finalizare } \dots\dots\dots 1p$$

2. Dacă jumătate din rest este de 200 km ,atunci restul este de 400 km,

$$\text{adică } \overline{abc} = \overline{bc} + 400 \text{ deci } a = 4 \dots\dots\dots 3p.$$

$$\overline{bc} + c^2 + 20 = 200, \text{ deduce } \overline{bc} + c^2 = 180 \dots\dots\dots 1p.$$

$$\text{cum } \overline{bc} \leq 99, c^2 \leq 81, \text{ deduce } b = c = 9 \dots\dots\dots 2p.$$

$$\text{finalizare, lungimea drumului este 499 km} \dots\dots\dots 1p.$$

3. Dacă notăm cu „a” deîmpărțitul, vom avea:

$$a : 50 = x \text{ rest } x^2, \text{ unde } x^2 \text{ este pătrat perfect și } x^2 < 50 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Prin urmare: } x^2 \in \{0,1,4,9,16,25,36,49\} \text{ și deci } x \in \{0,1,2,3,4,5,6,7\} \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Numerele „a” vor fi: } 5 \cdot 0 + 0, 5 \cdot 1 + 1, 5 \cdot 2 + 4, \dots, 5 \cdot 7 + 49. \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Suma lor va fi: } S = 50(1+2+\dots+7) + (1^2+2^2+\dots+7^2). \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Ultima cifră a numărului } 50(1+2+\dots+7) \text{ este 0, iar } \dots\dots\dots 1p$$

$$u(1^2+2^2+\dots+7^2) = u(1+4+9+16+25+36+49) = 0. \text{ Vom avea } u(S) = 0 \dots\dots\dots 1p$$

4. Se deduce că :

5 sportivi participă numai la schi fond

3 sportivi participă numai la biatlon

4 sportivi participă numai la patina viteză

$\Rightarrow 25 - (5 + 3 + 4) = 13$ sportivi participă la două sau mai multe probe.....3p

Dacă x este numărul sportivilor care participă la toate cele trei probe $\Rightarrow 5 - x$ participă la oricare două câte două probe.

$\Rightarrow x + 5 - x + 5 - x + 5 - x = 13$3p

$\Rightarrow 15 - 2x = 13 \Rightarrow x = 1$

1 sportiv participă la toate cele 3 probe.1p

