



OLIMPIADA DE MATEMATICA

FAZA LOCALA

26.02.2016

Clasa a XI-a

Subiectul I

Fie $A, B \in M_n(\mathbf{C})$, astfel încât $(A+B)^2 = A^2 + B^2$ și $(A+B)^4 = A^4 + B^4$.

Arătați că $(AB)^2 = O_n$.

Subiectul II

Să se rezolve în $M_n(\mathbf{R})$ ecuația $X^n = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbf{N}^*$ fixat.

Subiectul III

Să se arate că orice șir $(x_n)_{n \geq 0}$ de numere reale cu proprietatea că $x_0 > 0$ și $x_{n+1} \cdot x_n - 2x_n = 3$, pentru orice $n \in \mathbf{N}$, este convergent și determinați limita șirului.

Subiectul IV

Să se calculeze limita șirului $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin $x_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n + \sqrt[3]{(k+1)^2(k^2+1)^2}}$, $(\forall) n \geq 1$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se evaluează cu 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.