OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA

BAREM CORECTARE CLASA a VII-a 18.05.2019

Problema 1.(7 puncte)

a) *Arătați că* $(a+b-1)^2 \in \mathbb{N}$, *unde* $a=\sqrt{5+\sqrt{2}+\sqrt{6-4\sqrt{2}}}$ *și* $b=\sqrt{\sqrt{3}-1+\sqrt{7-4\sqrt{3}}}$.

b) *Ştiind că* $x-\frac{1}{x}=2$, *calculați* $x^4+\frac{1}{x^4}$, $x\in\mathbb{R}^*$.

Soluţie: a) $a=\sqrt{7}$ .... **(2p)**

$b=1$ .... **(2p)**

$(a+b-1)^2=7\in\mathbb{N}$ .... **(1p)**

b) $x^2+\frac{1}{x^2}=6$. .... **(1p)**

$x^4+\frac{1}{x^4}=34$. .... **(1p)**

Problema 2.(7 puncte)

Toți elevii clasei a VII-a A au participat la olimpiadele școlare astfel: 16 elevi au participat la matematică sau fizică, 11 la fizică sau limba română, 9 la limba română sau istorie și 10 la istorie sau limba engleză. Se ştie că fiecare elev a participat la o singură olimpiadă, iar la fizică și limba engleză au participat același număr de elevi. Aflați câți elevi sunt în clasa a VII-a A și câți elevi au participat la fiecare disciplină.

Soluţie:

$(m+f)+(f+r)+(r+i)+(i+e)=16+11+9+10=46$ .... **(1p)**

$m+2f+2r+2i+e=46\Rightarrow(m+f)+(f+e)+2(r+i)=46\Rightarrow16+(f+e)+2\cdot9=46\Rightarrow f+e=12\Rightarrow f=e=6$ .... **(3p)**

$m=10, r=5, i=4$. Clasa a VII-a A are 31 de elevi .... **(3p)**

Problema 3.(7 puncte)

În triunghiul ABC, AB=13 cm, BC=14 cm, AC=15 cm. Fie punctele $M\in(AB), N\in(BC), P\in(AC)$, *astfel încât AM=3cm, BN=4cm, CP=5cm. Arătați că aria triunghiului MNP este mai mică de* $33cm^2$.

Soluţie: desen corect .... **(1p)**

Formula lui Heron$\Rightarrow\mathcal{A}_{ABC}=84cm^2$ .... **(1p)**

$\mathcal{A}_{AMP}+\mathcal{A}_{BMN}+\mathcal{A}_{CNP}+\mathcal{A}_{MNP}=\mathcal{A}_{ABC}$ .... **(1p)**

Împărţind cu $\mathcal{A}_{ABC}$ obţinem: $\frac{AM\cdot AP}{AB\cdot AC}+\frac{BM\cdot BN}{BC\cdot BA}+\frac{CP\cdot CN}{CA\cdot CB}+\frac{\mathcal{A}_{MNP}}{\mathcal{A}_{ABC}}=1$ .... **(3p)**

$\frac{3\cdot10}{13\cdot15}+\frac{4\cdot10}{14\cdot13}+\frac{5\cdot10}{15\cdot14}+\frac{\mathcal{A}_{MNP}}{84}=1\Rightarrow\mathcal{A}_{MNP}=\frac{424}{13}cm^2<33cm^2$. .... **(1p)**

Problema 4.(7 puncte)

În dreptunghiul ABCD ştim că $AB=3AD$ *şi* $\mathcal{A}_{ABCD}=12cm^2$, $\{O\}=AC\cap BD$. *Prelungim segmentul BC cu BT=CB şi fie* $\{M\}=TO\cap BA$.

a) Calculaţi perimetrul dreptunghiului şi aria triunghiului TOC;

b) Demonstraţi că $AT\parallel OB$;

c) Determinaţi măsura unghiului $\sphericalangle BMC$.

Soluţie: ***desen corect*** .... **(1p)**

a) $P_{ABCD}=16cm$, $\mathcal{A}_{TOC}=6cm^2$ .... **(2p)**

b)OB este linie mijlocie în ΔCAT $\Rightarrow AT\parallel OB$ .... **(2p)**

c) În ΔCAT, AB mediană, TO mediană⇒ M este centrul de greutate în ΔCAT, deci $MB=\frac{AB}{3}=2\ cm$. ... **(1p)**

MB = BC = 2 cm ⇒ ΔMBC dreptunghic isoscel, deci m($\sphericalangle BMC$) = 45°. .... **(1p)**

„Binele ce-l faci la oarecine, ţi-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Felicitări!