

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală -20.02.2016
Clasa a XI-a M₂

Problema 1

Determinați numerele reale a și b astfel încât să avem:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - ax - b) = \frac{3}{2}.$$

Problema 2

Să se calculeze determinantul: $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_1 & a_1 & a_1 \end{vmatrix}$, știind că numerele a_1, a_2, \dots, a_9 sunt în progresie aritmetică.

Problema 3

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3}{ax^2 + bx + 1}$, $a, b \in \mathbb{R}$

- a) Determinați $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât dreapta de ecuație $y = x - 2$ să fie asimptotă spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- b) Pentru $a = 1$ și $b = 2$, stabiliți dacă graficul funcției admite și alte asimptote.

Problema 4

Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$

- a) Determinați matricele $A^2(1)$ și $A^3(1)$.
- b) Determinați inversa matricei $C = A(1)$.

Notă

- Timp de lucru efectiv 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.