



Olimpiada națională de matematică

etapa locală

05.03.2016

Clasa a VI-a

1. Demonstrați că dacă $13|a + 3b$, unde $a, b \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, atunci fracția $\frac{a+3b}{6a+5b}$ este reductibilă.

Gazeta Matematică, supliment

2. Fie a, b și c trei numere raționale pozitive astfel încât $a \cdot b \cdot c = 1$. Calculați valoarea fracției $\frac{a+2016}{a+a \cdot b+1} + \frac{b+2016}{b+b \cdot c+1} + \frac{c+2016}{c+a \cdot c+1}$.

Prelucrare Gazeta Matematică

3. Două unghiuri suplementare au o latură comună și bisectoarele lor formează un unghi de 60° . Determinați măsurile celor două unghiuri.

Gazeta Matematică

4. Pe o dreaptă d se consideră punctele A_1, A_2, \dots, A_8 în această ordine și un punct O nesituat pe d astfel încât $[OA_2]$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle A_1OA_3$, $[OA_3]$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle A_1OA_4$, $[OA_6]$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle A_5OA_7$, $[OA_7]$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle A_6OA_8$, $OA_2 \perp OA_5$ și $OA_3 \perp OA_8$. Se știe că $m(\sphericalangle A_1OA_2)$ și $m(\sphericalangle A_7OA_8)$ se exprimă prin numere naturale și că $m(\sphericalangle A_4OA_5)$ este egală cu cea mai mică din cele două măsuri. Determinați $m(\sphericalangle A_1OA_2)$ și $m(\sphericalangle A_7OA_8)$.

prof. Adrian BUD, Liceul Teoretic Negrești Oaş



BAREM de corectare

1.	$Avem (a + 3b) + 2(6a + 5b) = 13(a + b)$	2p
	$13 / (a + 3b) + 2(6a + 5b)$	2p
	$(2, 13) = 1 \Rightarrow 13 / 6a + 5b$	2p
	finalizare: fracția se simplifică cu 13	1p
	TOTAL Subiectul 1	7 p
2.	$E = \frac{a + 2016}{a + a \cdot b + 1} + \frac{a(b + 2016)}{a(b + b \cdot c + 1)} + \frac{ab(c + 2016)}{ab(c + a \cdot c + 1)}$	2p
	$E = \frac{a + 2016}{a + a \cdot b + 1} + \frac{ab + 2016a}{ab + abc + a} + \frac{abc + 2016ab}{abc + abac + ab}$	2p
	$E = \frac{a + 2016}{a + a \cdot b + 1} + \frac{ab + 2016a}{ab + 1 + a} + \frac{1 + 2016ab}{1 + a + ab}$	2p
	$E = 2017$	1p
	TOTAL Subiectul 2	7 p
3.	Notăm măsurile celor două unghiuri cu $2x$ și respectiv $2y$	
	$2x + 2y = 180^\circ, x - y = 60^\circ$	4p
	$x = 75^\circ, y = 15^\circ$	3p
	TOTAL Subiectul 3	7 p
4.	Notăm $x = m(\sphericalangle A_1 O A_2)$ și $y = m(\sphericalangle A_7 O A_8)$;	
	dacă $m(\sphericalangle A_4 O A_5) = x$, rezultă ecuația $x + 2x + x = 90^\circ$, deci $x = 22, 5^\circ \notin N$	3p
	dacă $m(\sphericalangle A_4 O A_5) = y$, rezultă ecuațiile $y + 2y + y + 2x = 90^\circ$ și $x + 2x + y = 90^\circ$, deci $x = 27^\circ$ și $y = 9^\circ$	4p
	TOTAL Subiectul 4	7 p