



INSPECTORATUL  
ȘCOLAR AL  
JUDEȚULUI  
VÂLCEA



SOCIETATEA  
DE ȘTIINȚE  
MATEMATICE  
DIN ROMÂNIA

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ – 15.02.2015  
CLASA A VIII-A**

**SUBIECTUL I**

a) Determinați numerele întregi  $x, y, z$  care îndeplinesc simultan condițiile:

i)  $x \cdot y \cdot z = -500$  ;

ii)  $x(3y - z) + y(3z - x) + z(3x - y) - (x + y - z)^2 = 7z^2$ .

Gheorghe Radu, Rm. Vâlcea

b) Numerele reale nenule  $a$  și  $b$  verifică egalitatea  $a^2 \cdot b^{-2} - 3 \cdot a^{-2} \cdot b^2 = 2$ . Să se arate că  $a$  și  $b$  nu pot fi simultan numere raționale.

Maranda Linț și Dorin Linț, Deva, G.M.

**SUBIECTUL II**

Se consideră expresia  $E(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) + 1, x \in \mathbf{R}$ .

a) Demonstrați că  $\sqrt{E(x)} \in \mathbf{N}$ , pentru orice  $x \in \mathbf{N}$ ;

b) Arătați că  $\sqrt{\sqrt{E(x^2)}} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$ , pentru orice  $x \in \mathbf{Z}$ .

Constantin Bărăscu, Rm. Vâlcea

**SUBIECTUL III**

În triunghiul  $ABC$  avem  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $tg(\sphericalangle B) = \frac{\sqrt{2}}{2}$  și  $BC = 5\sqrt{6}$  cm.

a) Calculați aria triunghiului  $ABC$ ;

b) Dacă  $MA \perp (ABC)$  și  $MA = 4\sqrt{6}$  cm, aflați distanța de la  $M$  la  $CD$ , unde  $[CD]$  este mediană în  $\triangle ABC$ ;

c) Dacă  $AN \perp CD, N \in [CD]$  și  $AN \cap BC = \{O\}$ , demonstrați că  $[BO] \equiv [OC]$ .

Leon Genoiu, Rm. Vâlcea

**SUBIECTUL IV**

În cubul  $ABCD A' B' C' D'$  având muchia de lungime  $a$  se consideră punctele  $M \in (BC)$  și  $N \in (DD')$ . Fie  $\{P\} = AC \cap DM$  și  $\{Q\} = NC \cap DC'$ .

a) Dacă  $M$  și  $N$  sunt mijloacele muchiilor  $(BC)$ , respectiv  $(DD')$ , calculați lungimea lui  $[MN]$ .

b) Demonstrați că  $PQ \parallel (ABC') \Leftrightarrow BM = ND'$ .

Constantin Bărăscu, Rm. Vâlcea

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte.

Toate subiectele sunt obligatorii.