

**S.S.M.R - FILIALA MUREȘ**  
**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**FAZA LOCALĂ**  
**26.02.2016**  
**Clasa a XII-a**

**SUBIECTUL I**

- a) Calculează:  $\int_{-1}^1 \frac{1}{(3+x^2)(3^x+1)} dx$ .
- b) Calculează:  $\int \frac{1}{\sqrt{2015x^2+1} \cdot (2016x^2+1)} dx$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**SUBIECTUL II**

Determină funcția derivabilă  $f: [1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  pentru care  $f(1) = 0$  și  $y(f(xy) - f(x)) = F(y) + y$ , unde  $F$  este o primitivă oarecare a funcției  $f$ .

**SUBIECTUL III**

Fie  $G = \left\{ A(a) = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{2}a \\ \hat{3}a & \hat{1} \end{pmatrix} : a \in Z_6 \right\}$

- a) Arată, că  $(G, \cdot)$  este grup abelian.
- b) Demonstrează, că:  $(G, \cdot) \cong (Z_6, +)$ .
- c) Determină toate automorfismele grupului  $(Z_6, +)$ .

**SUBIECTUL IV**

Fie  $(G; \cdot)$  un grup și  $a, b \in G$ . Arată, că dacă există  $n \in \mathbb{N}^*$  pentru care  $(aba^{-1})^n = e$ , atunci  $b^n = e$ .

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se evaluează cu 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.