

Olimpiada de matematică
Etapa locală - 16 februarie 2013

Clasa a VI-a

1. a) Efectuați: $[0,(6)+3,(63)+0,2(37)]:\left(\frac{2}{3}+\frac{40}{11}+\frac{47}{198}\right)$.
b) Determinați valoarea numărului natural a știind că numărul $B = \frac{2}{a} + \frac{1}{3}$ este natural.
2. Aflați numerele naturale a și b știind că $[a,b]$ este de 15 ori mai mare decât (a,b) și $5a + 3b = 150$.
(S-a notat cu $[a,b]$ cel mai mic multiplu comun și cu (a,b) cel mai mare divizor comun al numerelor a și b .)
Gazeta Matematică – nr.10/2012
3. Fie unghiurile adiacente suplimentare AOB și BOC .
a) Dacă $m(\angle BOC)$ este cu 45° mai mare decât dublul măsurii unghiului AOB , aflați măsurile celor două unghiuri.
b) Dacă (OE este bisectoarea unghiului AOB și $OD \perp OE$, D fiind în același semiplan cu E față de dreapta AC , demonstrați că (OD este bisectoarea unghiului BOC).
4. Într-un punct R al unei drepte se găsește un robot care se deplasează pe această dreaptă la stânga sau la dreapta după cum dorește. El este programat ca la prima mutare să facă 2 pași, la a doua mutare să facă 4 pași, la a treia mutare să facă 6 pași și în general la a n -a mutare să facă $2n$ pași.
a) Descrieți o variantă de mișcare a robotului prin care să pornească din punctul R și să își încheie deplasarea tot în punctul R după exact 4 mutări.
b) Care este numărul minim de mutări care trebuie parcurs de robot astfel încât să pornească din punctul R , iar la finalul deplasării să ajungă din nou în R ?
c) Demonstrați că există o variantă de deplasare a robotului astfel încât să pornească din R și să ajungă după 179 de mutări tot în R .

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore din momentul primirii subiectului.

Olimpiada de matematică
Faza Zonală - 16 februarie 2013

Clasa a VI-a – barem

1. a) $\left(\frac{2}{3} + 3\frac{7}{11} + \frac{235}{990}\right) : \left(\frac{2}{3} + \frac{40}{11} + \frac{47}{198}\right) = \left(\frac{2}{3} + \frac{40}{11} + \frac{47}{198}\right) : \left(\frac{2}{3} + \frac{40}{11} + \frac{47}{198}\right) = 1$ 3p
- b) Avem $B = \frac{a+6}{3a}$, deci $3a$ divide pe $a+6$. 2p
Se obține $a = 3$ 2p
2. Fie $d = (a, b) \Rightarrow a = da', b = db'$, a', b' prime între ele. Cum $[a, b] = da'b' \Rightarrow da'b' = 15d \Rightarrow a'b' = 15$ 3p
Avem de studiat 4 cazuri:
1) $a' = 1, b' = 15 \Rightarrow a = 3, b = 45$
2) $a' = 3, b' = 5 \Rightarrow a = 15, b = 25$
3) $a' = 5, b' = 3$ nu convine
4) $a' = 15, b' = 1$ nu convine 4p
3. Fie unghiurile adiacente suplimentare AOB și BOC .
a) Notăm $mAOB = x \Rightarrow mBOC = 2x + 45^\circ \Rightarrow x = 45^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle AOB) = 45^\circ, m(BOC) = 135^\circ$ 4p
b) Fie $m(BOE) = m(EOA) = y \Rightarrow m(DOB) = 90 - y$ și $m(COD) = 90 - y$. 3p
4. a) Dacă S reprezintă deplasare spre stânga și D spre dreapta atunci o variantă ar fi S-D-D-S 2p
b) Numărul minim de mutări este 3, de exemplu S-S-D 2p
c) Ideea este că 4 mutări consecutive pe sensul S-D-D-S lasă robotul pe loc. 173 dă restul 3 la împărțirea cu 4, deci primele trei mutări le face ca la punctul b), iar apoi tot câte patru pe schema de mai sus. 3p

NOTĂ

- Orice soluție corectă se punctează corespunzător.