OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 9 februarie 2013

Clasa a IX-a

1. a) Arătați că $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2$, oricare ar fi numerele reale pozitive x şi y.

   b) Dacă, $a, b, c \in (0,\infty)$, demonstrați inegalitatea:

$$\frac{a^4}{b}+\frac{b^4}{c}+\frac{c^4}{a}\geq ab^2+bc^2+ca^2.$$

Gabriela Boeriu

2. Arătați că numerele reale $a_1<a_2<...<a_n$ sunt în progresie aritmetică dacă şi numai dacă

$$\frac{1}{a_2-a_1}+\frac{1}{a_3-a_2}+...+\frac{1}{a_n-a_{n-1}}=\frac{(n-1)^2}{a_n-a_1}.$$

Mihaly Bencze

3. Considerăm paralelogramul *ABCD* şi fie *G* centrul de greutate al triunghiului *ABC*. Fie punctul *M* pe segmentul *AD* şi fie punctul *D* pe segmentul *NC*. Să se arate că punctele *G, M, N* sunt coliniare dacă şi numai dacă $\frac{CN}{ND}-\frac{AM}{MD}=\frac{1}{2}$.

Gazeta matematică

4. Se consideră triunghiul ABC şi punctele $M\in(AB), N\in(AC), P\in(MN)$ astfel încât $\frac{AM}{MB}=\frac{4}{5}$ şi $\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Să se calculeze $\frac{AN}{NC}$.

Aurel Aldea

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect valorează 7 puncte.
Timpul de lucru este de 3 ore.