INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN VRANCEA

MINISTERUL EDUCAȚIEI

Focșani, Str. Dornei, nr. 5, tel. 0237214141, fax 0237214499

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ-VRANCEA

10.02.2024

CLASA A VIII-A

BAREM

1. a) Se raționalizeaza fracția din stânga prin amplificare cu $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ și se obține $\dfrac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1}^2-\sqrt{n^2}\right)}$ 2p
$\dfrac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}\cdot\sqrt{n}}$

   Se distribuie numitorul și se simplifică………………………………... .1p

   b) Se aplică relatia de la punctul a) pentru fiecare fracție…………….1p

   Se rescrie suma sub forma $\frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{2024}}-\frac{1}{\sqrt{2025}}$ ….1p

   Se reduc termenii asemenea și se obține $\frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{2025}}$ ……………….1p

   Finalizare $1-\frac{1}{45}=\frac{44}{45}<1$……………………………………………

   1p

2. Se restrâng pătratele $x^2+4-4x=(x-2)^2$ 1p

   $y^2+14y+50=(y+7)^2+1$...1p

   $z^2-10z+22=(z-5)^2-3$..1p

   Se rescrie relația sub forma $\sqrt{5(x-2)^2+4}+\sqrt{(y+7)^2+1}+(z-5)^2\le 3$.........1p

   $\sqrt{5(x-2)^2+4}\ge 2, \sqrt{(y+7)^2+1}\ge 1, (z-5)^2\ge 0$..1p

$\sqrt{5(x-2)^2+4}+\sqrt{(y+7)^2+1}+(z-5)^2 \geq 3$

$\sqrt{5(x-2)^2+4}+\sqrt{(y+7)^2+1}+(z-5)^2 \leq 3$ rezultă că suma este egală cu 3.......1p

$(x-2)^2=0, (y+7)^2=0, (z-5)^2=0 \Rightarrow x=2, y=-7, z=5$ 1p

3. a) Se consideră M, N, P mijloacele segmentelor BC, CD, respectiv BD.

$G_1G_2 \parallel MN$, $G_2G_3 \parallel NP$ 2p

$(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$ 1p

b) $G_2G_3/BC = 1/3$ 1p

Se consideră $BG_2 \cap CG_3 = \{O_1\}$, $DG_1 \cap CG_3 = \{O_2\}$

$\Delta O_1G_2G_3 \sim \Delta O_1BC \Rightarrow O_1G_3/O_1C = G_2G_3/BC = 1/3 \Rightarrow O_1G_3/O_1C = 1/3$..........1p

$O_2G_3/O_2C = 1/3$ 1p

$O_1=O_2=O \Rightarrow BG_2$, CG_3 și DG_1 sunt concurente în O 1p

4. a) $MN \cap D'C' = \{T\}$, $MB'D'T$ paralelogram $\Rightarrow [MB'] \equiv [TD']$ 1p

$A'MD'T$ paralelogram $\Rightarrow [A'T] \equiv [MD']$..1p

b) $E \in \alpha$, unde E mijlocul lui [BC] 1p
$TQ \cap DD' = \{P\}$, $MR \cap BB' = \{S\}$, unde $\{R\} = EQ \cap AB$ 1p

$MS \parallel PQ$, $[MS] \equiv [PQ] \Rightarrow PQSM$ paralelogram 1p

$MP^2+MS^2=PS^2 \Rightarrow \Delta PMS$ dreptunghic în M 1p
PQSM dreptunghi 1p