

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SIBIU

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ, 14.02.2014
Clasa a VI-a

1. (7p) Două numere naturale mai mici decât 200 au c.m.m.d.c. 28, iar produsul lor este 32928. Determinați cele două numere.

2. (3p) a) Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției $\frac{1}{2013} - \frac{1}{2014} = \frac{1}{2013 \cdot 2014}$.

(4p) b) Demonstrați că:

$$\frac{1}{1 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 23} + \frac{1}{23 \cdot 34} + \dots + \frac{1}{2003 \cdot 2014} < \frac{1}{11}.$$

3. Pe o dreaptă se consideră punctele distincte $A_0, A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2014}$, în această ordine, astfel încât M este mijlocul segmentului A_0A_{10} și $A_0A_1 = 3$ cm, $A_1A_2 = 7$ cm, $A_2A_3 = 11$ cm, $A_3A_4 = 15$ cm și așa mai departe.

(3p) a) Calculați lungimile segmentelor $[A_9A_{10}]$ și $[A_0M]$.

(4p) b) Calculați lungimea segmentului $[A_0A_{2014}]$.

Monica Guita

4. Se dă unghiul alungit $\sphericalangle AOB$ și punctele C, D situate în semiplane opuse față de dreapta AB , astfel încât $m(\sphericalangle COD) = 80^\circ$.

(4p) a) Dacă $[ON]$ este bisectoarea $\sphericalangle AOC$, $[OM]$ este bisectoarea $\sphericalangle BOD$ și $m(\sphericalangle BOC) = 140^\circ 15'30''$, calculați măsura $\sphericalangle MON$.

(3p) b) Dacă $[OE]$ este semidreapta opusă semidreptei $[OD]$, calculați măsura $\sphericalangle BOE$.

SGM12/2013

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 2 ore.

Barem de corectare OLM Clasa a VI-a, 2014

1. $(a, b) = 28$ rezultă $a = 28x$ și $b = 28y$, $(x, y) = 1$ (1p)
 $a \cdot b = 32928$, rezultă $28x \cdot 28y = 32928$ (1p)
 Deci $xy = 42$ (2p)
 Cum $a, b < 200$, rezultă $x, y \leq 7$(1p)
 Deci singurele soluții sunt $x = 6$, $y = 7$ și atunci $a = 168$ și $b = 196$ (1p)
 Sau $x = 7$, $y = 6$ și atunci $a = 196$ și $b = 168$ (1p)

2. a) Calculul corect al diferenței ei(2p)
 Stabilirea valorii de adevăr a propoziției date(1p)

b) Notând suma din membrul stâng cu S avem

$$11S = \frac{12-1}{1 \cdot 12} + \frac{23-12}{12 \cdot 23} + \frac{34-23}{23 \cdot 34} + \dots + \frac{2014-2003}{2003 \cdot 2014} = \dots \quad (1p)$$

$$= 1 - \frac{1}{12} + \frac{1}{12} - \frac{1}{23} + \frac{1}{23} - \frac{1}{34} + \dots + \frac{1}{2003} - \frac{1}{2014} = \dots \quad (1p)$$

$$= 1 - \frac{1}{2014} \dots \quad (1p)$$

$$11S < 1 \Rightarrow S < \frac{1}{11} \dots \quad (1p)$$

3. a) $A_0A_1 = 3 = 4 \cdot 0 + 3$, $A_1A_2 = 7 = 4 \cdot 1 + 3$, $A_2A_3 = 11 = 4 \cdot 2 + 3$,

deci $A_9A_{10} = 4 \cdot 9 + 3 = 39$ (1p)

$A_0M = A_0A_{10} : 2 = (3 + 7 + \dots + 39) : 2 = 105$ (2p)

b) $A_0A_{2014} = A_0A_1 + A_1A_2 + \dots + A_{2013}A_{2014} = (4 \cdot 0 + 3) + (4 \cdot 1 + 3) + (4 \cdot 2 + 3) + \dots +$

$(4 \cdot 2013 + 3) = \dots$(1p)

$= 4 \cdot (1 + 2 + \dots + 2013) + 2014 \cdot 3 = 4 \cdot 2013 \cdot 2014 : 2 + 2014 \cdot 3 = \dots$(2p)

$= 2014 \cdot 4029 = 8114406$(1p)

4. a) Figura.....(1p)

$m(\sphericalangle MON) = (m(\sphericalangle MOD) + m(\sphericalangle DOA) + m(\sphericalangle AON)) =$

$= m(\sphericalangle BOD) : 2 + m(\sphericalangle DOA) + m(\sphericalangle AOC) : 2 =$

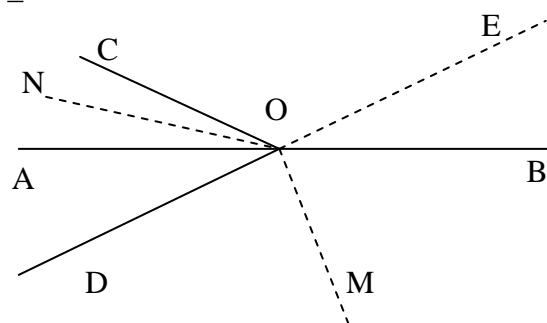
$= (m(\sphericalangle BOD) + 2m(\sphericalangle DOA) + m(\sphericalangle AOC)) : 2 =$

$= (m(\sphericalangle BOA) + m(\sphericalangle DOC)) : 2 =$

$= (180^\circ + 80^\circ) : 2 = 130^\circ$(3p)

b) $m(\sphericalangle BOD) = 360^\circ - [m(\sphericalangle COD) + m(\sphericalangle BOC)] =$

$= 360^\circ - [80^\circ + 140^\circ 15' 30''] =$



$$= 139^{\circ}44'30'' \dots\dots\dots(2p)$$

$$\begin{aligned} m(\sphericalangle BOE) &= m(\sphericalangle DOE) - m(\sphericalangle BOD) = \\ &= 180^{\circ} - 139^{\circ}44'30'' = 40^{\circ}15'30'' \dots\dots\dots(1p) \end{aligned}$$