



Societatea de Științe Matematice din România



Olimpiada Națională GAZETA MATEMATICĂ

Etapa a III-a, 23 mai 2021

Subiect - Clasa a VI-a

Problema 1

- Scriveți numărul 2021 ca sumă de puteri distincte cu baza (-2).
- Arătați că numărul 2021 nu se poate scrie ca sumă de puteri distincte cu baza (-3).

Problema 2

Pe o tablă sunt scrise numerele de forma $n(n+1)$, cu $n=1,2,3,\dots,2020$. Un copil alege trei numere a , b și c de pe tablă, le șterge și scrie pe tablă numărul $\frac{abc}{ab+ac+bc}$.

După 1009 astfel de operații, unul dintre numerele rămase pe tablă este 47.

- Calculați suma inverselor numerelor scrise inițial pe tablă.
- Aflați celelalte numere rămase pe tablă.

Problema 3

Fie $\triangle ABC$ cu $m(\sphericalangle A) > 90^\circ$. Considerăm (BE bisectoarea $\sphericalangle ABC$, $E \in AC$ și (CF bisectoarea $\sphericalangle ACB$, $F \in AB$, $BE \cap CF = \{I\}$. Știind că $IE = IF$, arătați că $\triangle ABC$ este isoscel.

Problema 4

Se consideră n unghiuri în jurul unui punct având măsurile în grade exprimate prin n numere prime distincte. Știind că unghiurile formate de bisectoarele oricăror două unghiuri adiacente dintre cele n unghiuri date inițial au măsurile în grade exprimate prin numere prime, să se determine valorile posibile ale lui n .

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare subiect valorează 7 puncte.