



Olimpiada de matematică – clasa a V-a
etapa zonală – 9 februarie 2013

SOLUȚII

1. a) Verificați egalitatea: $7^2 \cdot (1^2 + 2^2 + 6^2) = 2009$.

b) Arătați că există $a, b, c, d \in \mathbb{N}$, distincte, astfel încât

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2d^2 = 2011.$$

Rezolvare

a) $7^2 \cdot (1^2 + 2^2 + 6^2) = 49 \cdot (1 + 4 + 36) = 49 \cdot 41 = 2009$.

b) $7^2 \cdot (1^2 + 2^2 + 6^2) = 2009 \Rightarrow 7^2 + 14^2 + 42^2 = 2009 \Rightarrow 7^2 + 14^2 + 42^2 + 2 \cdot 1^2 = 2011$
 $a = 7, b = 14, c = 42, d = 1$

2. Fie numărul $a = 9^{12} - 7^{12}$. Să se determine restul împărțirii lui „a” la 10.

Rezolvare

$$u(9^{12}) = 1, u(7^{12}) = 1 \Rightarrow u(a) = 0 \Rightarrow r = 0$$

3. Se dau mulțimile $A = \{12, 2n + 1\}$ și $B = \{n^2 + n, 2n - 1\}$. Să se determine valoarea lui $n \in \mathbb{N}$, dacă $A \cup B$ are 3 elemente

Rezolvare

$2n + 1$ și $2n - 1$ sunt numere impare, 12 și $n^2 + n = n(n + 1)$ sunt numere pare

Cazul I: $2n + 1 = 2n - 1$ fals

Cazul II: $12 = n(n + 1) \Rightarrow n = 3$

Soluție: $n = 3$

4. Dacă aș avea de 4 ori mai mulți bani decât am, atunci averea mea ar depăși suma de 1000 de lei, exact cu suma care lipsește acum să am 1000 de lei. Câți bani am?

Rezolvare

Se notează suma cu x . Atunci $4x - 1000 = 1000 - x \Rightarrow 5x = 2000 \Rightarrow x = 400$

5. Vârsta lui Robert este o șesime din a unchiului său. Peste 4 ani, vârsta lui va fi un sfert din cea a unchiului său. Ce vârstă are Robert?

Rezolvare

Se notează vârsta lui Robert cu x . Atunci vârsta unchiului este $6x$. Avem

$$6x + 4 = 4 \cdot (x + 4) \Rightarrow 6x + 4 = 4x + 16 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$$