



Olimpiada de Astronomie și Astrofizică
Etapa Națională, Sinaia 2013
Proba Analiza Datelor
Seniori



OLIMPIADA DE
ASTRONOMIE ȘI
ASTROFIZICĂ

I T É T E L

Meteoritul uikőzött űrállomás. Egy meteorit, amely a Föld középpontján áthaladó irányból közeledik a Földhöz, uikőzött egy automata űrállomással, amely a Föld körül keringett egy R sugarú kör alakú pályán, úgy ahogy az a mellékelt ábrán látható. Az uikőzés után a meteorit az űrállomásban maradt és arra kényszerítette, hogy egy új zárt orbitális pályán keringjen a Föld körül, úgy, hogy Föld középpontjához viszonyított legkisebb távolság $R/2$ lett.

a) *Állapítsátok meg* az űrállomás, a meteorittal történő a uikőzése utáni orbitáljának az alakját és *határozzátok meg*: 1) a meteorit sebességét az állomással történő uikőzése előtt viteza meteoritului înainte de lovirea stației; 2) az állomás minimális és maximális sebességét, az új pályán, a meteorittal való uikőzés után; 3) az állomás maximális távolságát a Föld középpontjához viszonyítva az új pályán. Ismertek: M – a Föld tömege; K – az általános tömegvonzási állandó; m_1 – a meteorit tömege; m_2 – az űrállomás tömege. *Állapítsátok meg* a két tömeg, m_1 és m_2 , közötti összefüggést, úgy hogy a fentekben leírt forgatókönyv lehetséges legyen.



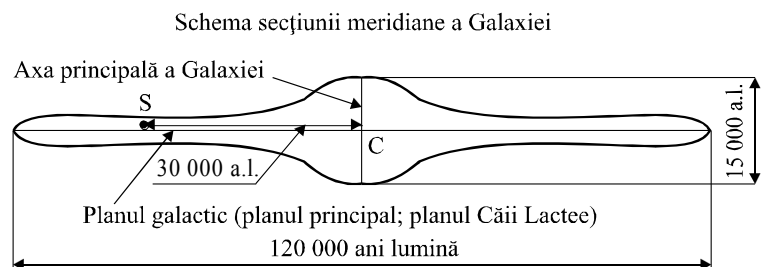
b) *Határozzátok meg*, hogy mekkora minimális sebességgel kellett volna rendelkezzen a meteorit az állomással való uikőzése pillanatában, ahhoz, hogy az uikőzés után, az állomás, a Földhöz viszonyítva, egy nyílt pályán mozogjon. *Írjátok le* az állomás uikőzés utáni pályájának az alakját. *Határozzátok meg* az állomás minimális távolságát a Földhöz viszonyítva az uikőzés után, valamint az állomás maximális sebességét a meteorittal való uikőzés után.

c) *Határozzátok meg*: 1) az állomás – meteorit csoport helyzetvektora által leírt központi szöget, az uikőzés pillanatától addig amíg, nyílt pályán mozogva, a csoport a legkisebb távolságra halad el a Föld középpontjához képest; 2) a csoport mozgásának az időtartamát a nyílt pálya meghatározott szakaszán.

II T É T E L

A Nap a Galaxisunk csillagai között! Azt a naprendszer amihez a mi Napunk is tartozik, *Galaxisnak* (a *Mi Galaxisunknak*) neveznek, és amelynek keresztmetszete a mellékelt ábrán látható, bikonvex, konvergens lencse alakkal rendelkezik („vékony” korong, amelynek a közepén egy domborulat van, ami a Galaxis magját képezi).

A Galaxis központi síkja (galaktikus sík) körül a csillagsűrűség (egységnyi csillagászati térfogatban található csillagok száma; pc^3) maximális. A Hold nélküli és tiszta égboltú éjszakákon szabad szemmel is látható vidéket, ha az égbolt mindkét féltekére vetítjük, akkor úgy jelenik meg mint egy nagyon sűrű csillagöv,



fehères és tej hatású, ami egyik horizonttól az ellenkező horizontig terjed, így alkotva meg a Tejút. A Tejút síkja azonosul tehát a galaktikus síkkal (a Galaxis fő/szimetria síkja).

A Galaxisban megközelítőleg $2 \cdot 10^{11}$ csillag van, ezek elosztása nem egyenletes. A Nap közel van a galaktikus síkhoz, 30000 fényév távolságra a Galaxis főtengelyétől ami áthalad a Galaxis C középpontján. A Naphoz legközelebb található csillag a Proxima Centauri, 4,3 fényévre.

Egy σ égitest szögkoordinátái galaktikus égi koordinátarendszerben a következők: *galaktikus hosszúsági fok (G)* és *galaktikus szélességi fok (g)*.

A mellékelt táblázatban, egy a Mi Galaxisunkban található fényes csillag csoportra vonatkozó megfigyelési adatok szerepelnek.

Táblázat – Megfigyelési Adatok

Sor-szám	A csillag száma	A csillag éves paralaxiája p_{an}	A csillag látszólagos magnitúdója m	A csillag galaktikus hosszúsági foka G	A csillag galaktikus szélességi foka g
1	σ_1	0,376''	-1,46	227 ⁰	-9 ⁰
2	σ_2	0,018''	-0,72	261 ⁰	-25 ⁰
3	σ_3	0,751''	-0,27	316 ⁰	+1 ⁰
4	σ_4	0,009''	-0,04	15 ⁰	+69 ⁰
5	σ_5	0,123''	+0,03	67 ⁰	+19 ⁰
6	σ_6	0,073''	+0,08	163 ⁰	+5 ⁰
7	σ_7	0,003''	+0,12	209 ⁰	-25 ⁰
8	σ_8	0,288''	+0,38	214 ⁰	+13 ⁰
9	σ_9	0,032''	+0,46	291 ⁰	-59 ⁰
10	σ_{10}	0,005''	+0,50	200 ⁰	-9 ⁰
11	σ_{11}	0,016''	+0,61	312 ⁰	+1 ⁰
12	σ_{12}	0,198''	+0,77	48 ⁰	-9 ⁰
13	σ_{13}	0,048''	+0,85	181 ⁰	-20 ⁰
14	σ_{14}	0,008''	+0,87	300 ⁰	0
15	σ_{15}	0,019''	+0,96	352 ⁰	+15 ⁰
16	σ_{16}	0,021''	+0,98	316 ⁰	+51 ⁰

17	σ_{17}	0,093''	+1,14	192 ⁰	+23 ⁰
18	σ_{18}	0,144''	+1,16	20 ⁰	-65 ⁰
19	σ_{19}	0,004''	+1,25	84 ⁰	+2 ⁰
20	σ_{20}	0,007''	+1,25	302 ⁰	+3 ⁰
21	σ_{21}	0,039''	+1,35	226 ⁰	+49 ⁰

Felhasználva a fenti táblázat adatait, számítsátok ki, mindegyik csillagra, az abszolút magnitúdóját, M és a Δ Nap – csillag távolság (fényévekben), a galaktikus egyenlítői síkra vetített a R hosszúságát. Írjátok be a mellékelthez hasonló táblázatba a csillagok számait, az abszolút magnitúdó csökkenő sorrendjében.

Sor-szám	A csillag száma	Abszolút Magnitúdó (M)	A Δ távolság vetületének a hosszúsága (R)
1			
.....			
21			

III TÉTEL

Felhasználva a mellékelt táblázatban található információkat, határozzátok meg a p számszerű együttható értékét, az általános tömegvonzás törvényéből:

$$F = K \frac{mM}{r^p}$$

Sor-szám	A bolygó	Távolság, r (UA)	Periódus, T (ani)	Tömeg, M (10^{24}) kg
1	Merkur	0,39	0,24	0,33
2	Vénusz	0,72	0,61	4,90
3	Föld	1,00	1,00	6,00
4	Mars	1,52	1,88	0,64
5	Jupiter	5,20	11,86	19,00
6	Szaturnusz	9,55	29,46	5,70
7	Uránusz	19,20	84,01	88,00

IV TÉTEL

Rsir nyomozó kijelentése:

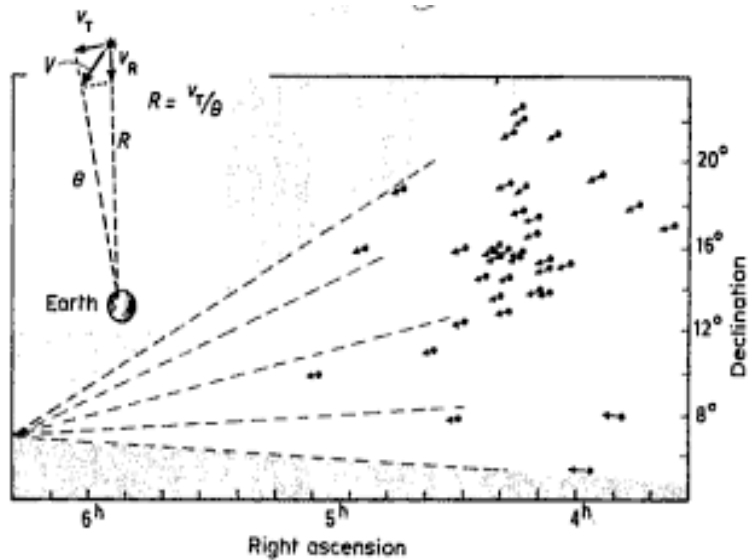
“Sok év telt el azóta, hogy a Föld legmegfélemlíthetetlen férfiái besoroltak a galaktikus hadseregbe és elmentek egy titkos küldetésre. Az akkori világkormány el akarta ezt titkolni és megtettek minden szükséges intézkedést, hogy az emberiség soha ne szerezzen róla tudomást, ezért „kitalálták” a Hyadet.

A Hyade egy olyan csillagraj az égen, ami, a Földről nézve, egyetlen pont fele tart, amit konvergencia pontnak neveznek. A titkos iratokból tudjuk, hogy a Hyadeban található csillagok gyakorlatilag bolygóközi űrhajók, akik a konvergencia pontban található „ellenség” felé haladnak.”

Elhatározva, hogy kideríti az igazságot, *Rsir* nyomozó beépült és sikerült megtalálnia a titkos dokumentumok között az „ellenség” egyenlítői koordinátáinak az értékét (egyenes felemelkedés („aszzenszió”): $A = 6^h 30^m$; deklináció: $D = 6.62^\circ$), valamint egy táblázatot amely a glaktikus küldetésbe részt vevő hajók adatait tartalmazta. *Rsir* egy tehetséges asztronómus is volt, ezért sikerült találnia egy képletet arra, hogy meghatározza bármely hajó deklinációját, bármely pillanatban, ha ismerte a kezdeti állapot adatait:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sin \delta_1 \sin (\alpha - \alpha_1) + \sin (\alpha - \alpha_1) \operatorname{ctg} \theta}{\cos \delta_1} \quad (1)$$

ahol α_1 és δ_1 a hajó kezdeti egyenlítői koordinátái és θ pedig az égi északi sark, a csillag helyzete és a mozgás iránya által bezárt szög.



A HAJÓ	Egyenes felemelkedés	Deklináció	μ	θ	V_r
	ora	grade	mili secunde de arc /an	radiani	km/s
1	3.886125	17.327083	147.05	1.776	35.0
2	3.918472	16.998472	150.48	1.738	36.8
3	3.994558	10.330417	133.11	1.597	39.1
4	4.188967	5.523056	146.95	1.537	36.6
5	4.241783	22.451861	101.02	1.915	38.4
6	4.240458	14.625028	107.46	1.757	39.2
7	4.275967	21.907472	112.20	1.915	38.5
8	4.306444	21.579306	102.21	1.909	37.8

1 Táblázat

Rsir rájött, hogyan oldhatja meg az ügyet:

A következő kérdésre kell megtalálja a választ: „Mikor hagyta el a Földet a galaktikus hadsereg?”
Ezért a 2013-as Sinaia-i Országos Asztronómia és Asztrófizika Olimpiára továbbjutott diákok segítségéhez folyamodott.

Lásd mit kell tennél:

- Vezezd le *Rsir* képletét (1) és számold ki a 2-es hajó δ deklinációját akkor amikor ez, a saját mozgása következtében, 4.918472^h egyenes felemelkedéssel rendelkezik.
- Rsir*nek sikerült kiszámolni a szögtávolságok (λ_i) értékét minden „hajó” és „ellenség” között. Találd meg az λ_i számértékét mind a 8 hajóra.
- A legkisebb négyzetek módszerét alkalmazva, *Rsir* levezette, hogy mindegyik hajó sebessége
$$V = \frac{\sum_i V_r \cos \lambda_i}{\sum_i \cos^2 \lambda_i}$$
 ahol $i \in \{1, 2, \dots, 8\}$ és v_r mindegyik hajó radiális sebessége. Határozd meg az *Rsir* által kapott V számértékét.
- Határozd meg mindegyik csillag tangenciális sebességét, valamint a táblázat elkészítésének pillanatában a Föld és a „hajó” közötti távolságot.
- Számold ki mekkora átlagtávolságban van a „hajó” csoport.
- Számold ki mennyi idővel ezelőtt indult el a Földről a titkos küldetés, ha a hajó csoport sebessége, az utazás alatt végig ugyanaz volt.

Mi a véleményed: *Rsir* feltételezése helyes?