INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI CĂLĂRAŞI

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALA – 15 FEBRUARIE 2015

Clasa a X-a

Problema 1. Arătaţi că:

a) Orice număr natural de patru cifre, de forma $\overline{abcd}$, cu proprietatea: $\lg \overline{abcd} - \lg \overline{abc} = 1$, este divizibil cu 10.

b) $[\log_2 2015] = [\log_3 2015] + [\log_5 2015]$.

Florin Ștefan Marcu, Călărași

Problema 2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

a) $5^x + 13^x + 31^x = 3 \cdot 2015^{\frac{x}{3}}$;

b) $x\left(6 + 2\sqrt{5}\right)^{\lg x} + 1 = 2\left(\sqrt{10} + 5\sqrt{2}\right)^{\lg x}$.

Florin Ștefan Marcu, Călărași

Problema 3. Fie a şi b două numere reale diferite de zero. Să se arate că funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = a \sin x + b \sin\left(x\sqrt{5}\right)$, nu este periodică.

Problema 4. Fie numerele complexe a, b, c, d, α astfel încât $|a| = |b| \neq 0$ şi $|c| = |d| \neq 0$. Demonstrați că, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, toate rădăcinile ecuației $c\left(bx + a\alpha\right)^n - d\left(ax + b\overline{\alpha}\right)^n = 0$ sunt numere reale.

SUCCES!

Baremul de notare este: Problema 1. a) 3 puncte; **b)** 4 puncte; **Problema 2. a)** 3 puncte; **b)** 4 puncte. **Problema 3.** 7 puncte; **Problema 4.** 7 puncte.

Str. Sloboziei, nr. 28, 910001
Mun. Călăraşi, Jud. Călăraşi
Tel: +40 0242 315 949
Fax: +40 0242 312 810
www.isj.cl.edu.ro