MINISTERUL EDUCAŢIEINATIONALE ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN TIMIŞ
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA – FILIALA TIMIŞ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 18.02.2016

clasa a VIII-a
SUBIECTE

1. Arătaţi că $(2a-3)^2 + (2b-3)^2 + (2c-3)^2 \leq 3$, oricare ar fi a, b, c $\in[1;2]$. Când are loc egalitatea?

   (G.M. 5 / 2015)
2. a) Aflaţi numerele reale x şi y pentru care $(4x^2 + 4x + 10)(y^2 - 10y + 249) = 2016$
   b) Aflaţi numerele reale x_1, x_2, ... x_{2016} care verifică $1 + x_1^2=2x_2$, $1 + x_2^2=2x_3$, $1 + x_3^2=2x_4$, ... $1 + x_{2015}^2=2x_{2016}$, $1 + x_{2016}^2=2x_1$
3. Se consideră un unghi ∢XOY cu măsura de 120° şi [OZ bisectoarea sa.Punctele A, B, C se găsesc ,respectiv ,pe semidreptele [OX, [OZ, [OY astfel încât $\frac{1}{OB} = \frac{1}{OA} + \frac{1}{OC}$. Dacă P este un punct exterior planului (XOY), să se demonstreze că punctele P, A, B, C sunt coplanare.
4. Fie rombul ABCD cu m(∢B) = 60°.Pe perpendiculara în A pe planul rombului se ia un punct M astfel încât m(∢(MB, (ABC)))= 60°, iar AM=$4\sqrt{3}$.

   a) Dacă P este mijlocul lui [MB], aflaţi d(P,BC).
   b)Determinaţi sin(∢(ABC), (PDC)).

   (RMT-Nr.2/2011)

NOTĂ :

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru este de 3 ore.
Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.