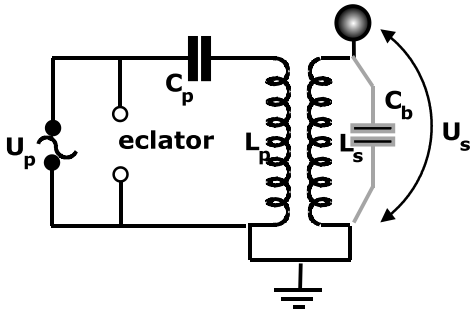
Olimpiada de Fizică
Etapa pe judeţ
20 februarie 2016
Subiecte

XII

Problema 1 *Bobina TESLA*



În fotografia alăturată este prezentat un dispozitiv existent în mai multe laboratoare de fizică : *bobina Tesla*. Schema electrică a acestei bobine este dată pe figura de mai jos, din care se vede că e vorba despre un transformator, în care sunt cuplate inductiv două bobine: o bobină primar cu inductanța L_p, cu spire groase și puține și o bobină secundar de inductanță L_s, fixată coaxial cu prima, cu spire multe și subțiri. Primarul și secundarul acestui transformator se comportă ca două circuite RLC cuplate inductiv, iar bobina Tesla se consideră reglată atunci când cele două circuite RLC sunt în rezonanță. În aceste condiții, între sfera metalică fixată la vârful bobinei secundare și pământ se produc tensiuni electrice de valori mari și de frecvențe foarte mari.

a) Scrieți condiția de rezonanță a celor două circuite și, presupunând că nu există pierderi energetice în acest transformator, calculați tensiunea maximă U_s care se obține la bornele secundarului.

b) Explicați rolul eclatorului din circuitul primar și calculați capacitatea echivalentă a bobinei secundare, C_b, considerată ca fiind uniform distribuită de-a lungul bobinei.

c) Scrieți legea a II-a a lui Kirchhoff pentru cele două circuite (primar și secundar, în regim de scurt-circuit al sursei de alimentare), în condiții de rezonanță și în condiția că $R_pC_p = R_sC_s$. Presupunând că potențialele armăturilor celor două condensatoare variază după legile $V_p = a_1e^{\rho t}$ și $V_s = a_2e^{\rho t}$, deduceți valorile posibile pentru ρ și arătați că în cazul ideal, când rezistențele ohmice ale celor două circuite, primar şi secundar sunt nule ($R_p = R_s = 0$), apar oscilații electromagnetice cuplate cu pulsațiile ω_1 și ω_2. Calculați aceste pulsații, precum și frecvența bătăilor electromagnetice din circuitul secundar, în funcție de $k = \dfrac{M}{\sqrt{L_pL_s}}$ - coeficientul de cuplaj al celor două circuite, M fiind inductanța mutuală a bobinelor.

Observaţii: Inductanța mutuală a două bobine este coeficientul de proporționalitate dintre tensiunea indusă într-o bobină şi viteza de variaţie a intensităţii curentului din cealaltă bobină, cu care este cuplată inductiv. Capacitatea electrică a unei sfere metalice cu raza r este $C_{sfera} = 4\pi\varepsilon_0 r$.

Se cunosc: parametrii bobinei primar: N_p = 9 spire, raza unei spire r_p = 6 cm, lungimea bobinei l_p = 10 cm; parametrii bobinei secundar: N_s = 1200 spire, r_s = 2,5 cm, l_s = 27,5 cm. Raza sferei montată la capătul bobinei secundar, r = 8 mm, tensiunea efectivă de alimentare a primarului U_p = 20 V şi capacitatea condensatorului C_p = 96 nF. Se mai dau: $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ H/m şi $\varepsilon_0 = 8{,}856\cdot10^{-12}$ F/m.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Problema 2: *Optică geometrică și Optică ondulatorie*

A. O sursă punctiformă S de lumină monocromatică și două lentile convergente subțiri, L_1 și respectiv L_2, având distanțele focale f_1 și respectiv $f_2 = 2f_1$, sunt așezate așa cum indică desenul din figura 1. Distanța dintre sursă și lentila L_1 este $d_1 = 2f_1$, iar distanța dintre lentile este $d = 5f_1$. Imaginea finală a sursei este proiectată pe un ecran E.

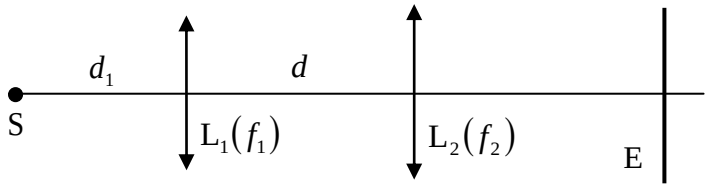


Fig. 1

a) *Să se stabilească* locul unde trebuie așezată o a treia lentilă convergentă, L_3 și *să se determine* elementele sale, astfel încât, adăugată în sistem, această lentilă să aibe ca unic efect doar creșterea luminozității imaginii sursei de pe ecran.

B. În timpul observării inelelor lui Newton, o mică particulă cu grosimea *a* (necunoscută), este prinsă între lentila sferică plan convexă și lama cu fețe plane paralele, așa cum indică desenul din figura 2.
b) *Să se evidențieze* posibilitatea determinării experimentale a lungimii de undă a radiației monocromatice utilizate, λ, cunoscând raza de curbură a lentilei, *R*, având la dispoziție o riglă gradată.

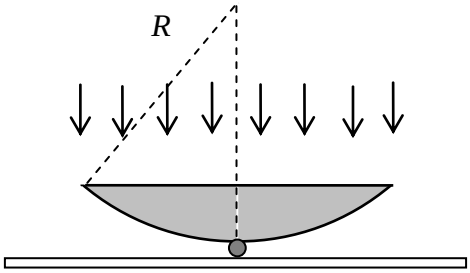


Fig. 2

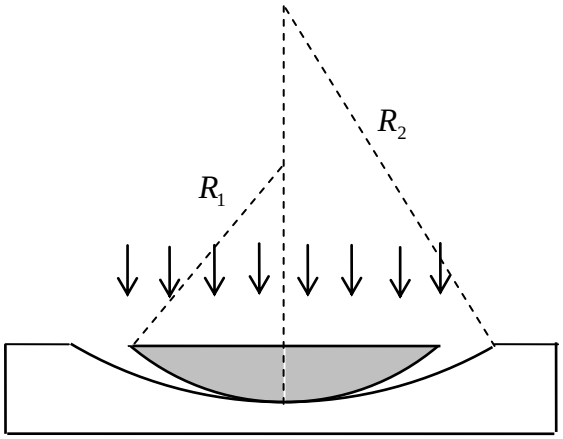
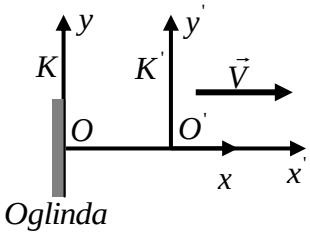


Fig. 3

C. O lentilă plan convexă sferică, subțire, cu raza de curbură R_1, este așezată într-o oglindă cilindrică cu raza de curbură R_2, așa cum indică desenul din figura 3. Sistemul este iluminat de deasupra cu radiație monocromatică având lungimea de undă λ.
c) *Să se determine* forma geometrică a franjelor de interferență obținute. Valorile numerice ale celor două raze de curbură sunt foarte mari.

Problema 3: *Nava cosmică*



Un sistem de referinţă inerţial K' „mobil”, de exemplu o navă cosmică, se deplasează rectiliniu şi uniform faţă de un sistem de referinţă inerţial K „fix”, de exemplu Pământul, cu viteza $V = \beta c$, orientată de-a lungul cu axei Ox (*c reprezintă viteza de propagare a luminii în vid, iar* β *este un coeficient subunitar şi pozitiv*). La momentul $t = t' = 0$ originile O şi O' ale celor două sisteme de referinţă coincid, iar axele Ox şi $O'x'$ sunt suprapuse. În originea sistemului K este aşezată, perpendicular pe axa Ox, o oglindă plană legată solidar de acest sistem, ca în figura alăturată.

Din originea O' a lui K' (nava cosmică) este emis la momentul t_1', un scurt semnal luminos care se propagă de-a lungul axei Ox, se reflectă instantaneu pe oglindă şi se întoarce la nava cosmică, fiind recepţionat în O' la momentul t_2'. Sosirea semnalului luminos la oglindă este înregistrată în sistemul K (pe Pământ) la momentul T. Se consideră cunoscute mărimile c, β şi T.

a) Determinaţi momentele de timp t_1' şi t_2', al emisiei luminii în sistemul K', respectiv al recepţiei luminii în sistemul K', în funcţie de β şi T.

b) Determinaţi duratele Δt şi $\Delta t'$, măsurate în sistemul K şi respectiv în sistemul K', ale traiectului „dus-întors” al luminii, de la emisia din O' la recepţia în O', în funcţie de c, β şi T.

c) Considerăm acum că nava cosmică se deplasează rectiliniu accelerat, faţă de sistemul K, de-a lungul cu axei Ox, pornind din repaus de pe Pământ, din originea O, spre o stea aflată la distanţa D faţă de Pământ. Un observator aflat pe Pământ studiază mişcarea navei şi găseşte că valoarea acceleraţiei navei faţă de Pământ depinde de viteza ei după legea $a = a_x = a_0\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}$, unde a_0 este o constantă.

Considerând cunoscute mărimile D şi a_0, determinaţi viteza finală v_f a navei faţă de Pământ şi durata τ a voiajului până la stea, măsurată în sistemul de referinţă legat de Pământ.

Subiect propus de:
prof. Liviu ARICI - Colegiul Naţional „Nicolae Bălcescu”, Brăila
prof. dr. Mihail SANDU – Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești, Vâlcea
conf. univ. dr. Sebastian POPESCU – Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iaşi
prof. Florin BUTUȘINĂ - Colegiul Național „Simion Bărnuțiu”, Șimleu Silvaniei, Sălaj

Subiect 1.	**Parţial**	**Punctaj**
1. Barem subiect 1		**10**
a) Condiţia de rezonanţă este ca frecvenţele proprii de oscilaţie ale celor două circuite să fie egale, adică $\frac{1}{2\pi\sqrt{L_pC_p}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{L_sC_s}}$ sau $L_pC_p=L_sC_s$	1	**3**
Dacă nu există pierderi de energie, atunci $\frac{C_pU_p^2}{2}=\frac{C_sU_s^2}{2}$ De aici $U_{s,\max}=U_{p,\max}\sqrt{\frac{C_p}{C_s}}$ Sau, ţinând cont de condiţia de rezonanţă, rezultă $U_{s,\max}=U_{p,\max}\sqrt{\frac{L_s}{L_p}}$	1	
Folosind pentru calculul inductanţelor formula $L=\frac{\mu_0N^2S}{l}$ şi înlocuind valorile din enunţ, se obţine: $U_{s,\max}\approx 948\,V$.	1	
b) Eclatorul produce o scânteie între electrozii săi, atunci când condensatorul din circuitul primar se încarcă până la o valoare suficient de mare a tensiunii dintre armături. În acel moment sursa este scurtcircuitată şi are loc o descărcare a condensatorului prin bobina primar, adică se declanşează oscilaţii electromagnetice cu frecvenţa $\nu=\frac{1}{2\pi\sqrt{L_pC_p}}$. Mai departe, fenomenul se repetă la fiecare încărcare a condensatorului până la tensiunea limită. Frecvenţa scânteilor este **mult** mai mică decât frecvenţa oscilaţiilor!	1	**3**
Capacitatea electrică a circuitului secundar este compusă din capacitatea electrică a sferei din capătul bobinei secundar şi capacitatea electrică uniform distribuită de-a lungul bobinei: $C_s=C_b+C_{sfera}$. Folosind condiţia de rezonanţă şi formula capacităţii electrice a sferei $C_{sfera}=4\pi\varepsilon_0r$, obţinem: $C_b=C_p\frac{L_p}{L_s}-4\pi\varepsilon_0r$	1	
Cu valorile numerice din enunţ se obţine $C_b\approx 85\ pF$.	1	

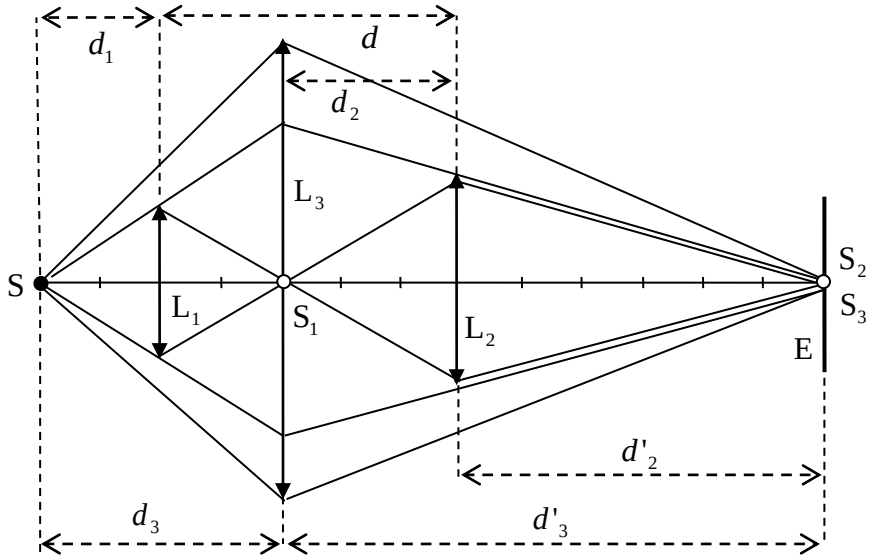
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

c) Legile lui Kirchhoff pentru cele două circuite sunt: $\begin{cases} i_pR_p + L_p\dfrac{di_p}{dt} + M\dfrac{di_s}{dt} = V_p \\ i_sR_s + L_s\dfrac{di_s}{dt} + M\dfrac{di_p}{dt} = V_s \end{cases}$ unde M este inductanţa mutuală a celor două circuite, iar V_p şi V_s sunt potenţialele armăturilor condensatoarelor din cele două circuite. Din $C = \dfrac{dq}{dV}$ şi $i = -\dfrac{dq}{dt}$, rezultă $i = -C\dfrac{dV}{dt}$. Legile lui Kirchhoff devin: $\begin{cases} R_pC_p\dfrac{dV_p}{dt} + L_pC_p\dfrac{d^2V_p}{dt^2} + MC_s\dfrac{d^2V_s}{dt^2} + V_p = 0 \\ R_sC_s\dfrac{dV_s}{dt} + L_sC_s\dfrac{d^2V_s}{dt^2} + MC_p\dfrac{d^2V_p}{dt^2} + V_s = 0 \end{cases}$ Înlocuind soluţiile particulare propuse, după simplificări se obţine: $\begin{cases} a_1\left(\rho^2L_pC_p + \rho R_pC_p + 1\right) = -\rho^2a_2MC_s \\ -\rho^2a_1MC_p = a_2\left(\rho^2L_sC_s + \rho R_sC_s + 1\right) \end{cases}$ Împărţind cele două ecuaţii obţinem: $\left(\rho^2L_pC_p + \rho R_pC_p + 1\right)\left(\rho^2L_sC_s + \rho R_sC_s + 1\right) = \rho^4M^2C_pC_s$ (*) adică o ecuaţie de gradul al IV-lea după ρ. Având în vedere condiţiile specificate în enunţ, adică $L_pC_p = L_sC_s = LC$ şi $R_pC_p = R_sC_s = RC$, ecuaţia (*) se reduce la $\rho^2LC + \rho RC + 1 = \pm\rho^2M\sqrt{C_pC_s}$ sau două ecuaţii de gradul al II-lea: $\begin{cases} \rho^2\left(LC - M\sqrt{C_pC_s}\right) + \rho RC + 1 = 0 \\ \rho^2\left(LC + M\sqrt{C_pC_s}\right) + \rho RC + 1 = 0 \end{cases}$	1	**3**
Soluţiile acestor două ecuaţii sunt: $\rho_{1,2} = -\alpha_1 \pm \sqrt{\alpha_1^2 - \dfrac{1}{LC(1-k)}}$ şi $\rho_{1,2} = -\alpha_2 \pm \sqrt{\alpha_2^2 - \dfrac{1}{LC(1+k)}}$ unde am notat $k = \dfrac{M}{\sqrt{L_pL_s}}$ - coeficientul de cuplaj al celor două circuite, iar	1	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$\alpha_1 = \dfrac{R}{2L(1-k)}$ şi $\alpha_2 = \dfrac{R}{2L(1+k)}$. Dacă $R_1 = R_2 = R = 0$, rezultă că şi $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ (deci α_1 şi α_2 caracterizează amortizarea oscilaţiilor). Rămâne: $\rho_{1,2} = \pm j\sqrt{\dfrac{1}{LC(1-k)}} = \pm j\omega_1$ $\rho_{3,4} = \pm j\sqrt{\dfrac{1}{LC(1+k)}} = \pm j\omega_2$ unde $\omega_1 = \dfrac{\omega_{rez}}{\sqrt{1-k}}$ şi $\omega_2 = \dfrac{\omega_{rez}}{\sqrt{1+k}}$.		
Deci $V_p = a_1 e^{\pm j\omega_1 t} = a_1(\cos\omega_1 t \pm j\sin\omega_1 t)$ şi analog $V_s = a_2(\cos\omega_2 t \pm j\sin\omega_2 t)$. Soluţia generală este superpoziţia celor două soluţii, în care a_1 şi a_2 se află din condiţiile iniţiale. Considerînd doar partea reală, rezultă $V(t) = a_1\cos\omega_1 t + a_2\cos\omega_2 t$ Diferenţa celor două pulsaţii este $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \omega_{rez}\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-k}} - \dfrac{1}{\sqrt{1+k}}\right)$ Pentru k mic (cuplaj slab , bobinele nu sunt pe un miez feromagnetic), $\omega_1 \approx \omega_2$ şi se obţin bătăi electromagnetice, cu perioada $T_b = \dfrac{2\pi}{\Delta\omega}$, adică $T_b = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-k}} - \dfrac{1}{\sqrt{1+k}}\right)$.	1	
Oficiu		**1**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect 2.	**Parţial**	**Punctaj**
Barem subiect 2		**10**
A.a.	**3**	
Datorită lentilelor L_1 și L_2 imaginea finală a sursei se va forma pe ecranul E aflat la distanța $d'_2 = 6f_1$ față de lentila L_2, așa cum indică desenul din figura 1. 		
Aceasta rezultă utilizând formula lentilelor, astfel : $$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1};\ \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{2f_1} = \frac{1}{2f_1};\ d'_1 = 2f_1;$$ $$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2};\ \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{d - d'_1};$$ $$\frac{1}{d'_2} = \frac{1}{2f_1} - \frac{1}{3f_1} = \frac{1}{6f_1};\ d'_2 = 6f_1.$$		
Lentila suplimentară L_3 nu trebuie să afecteze poziția imaginii finale de pe ecran, formată de cele două lentile. Ca urmare, așa cum indică desenul din figura alăturată, ea trebuie așezată în poziția S_1, acolo unde lentila L_1 formează imaginea sursei S, nu va avea nici o acțiune asupra razelor de lumină care traversează lentila L_1. Formarea imaginii S_2 de pe ecranul E, la distanța $d'_2 = 6f_1$, datorită lentilei L_2, nu este afectată de prezența lentilei L_3. Diametrul lentila L_3 trebuie să fie $D_3 > 2D_1$, astfel încât lentila L_3 are numai rolul de a colecta razele de lumină, venite de la Sursa S, care trec pe lângă lentila L_1, pe care să le concentreze pe ecranul E în poziția $S_3 \equiv S_2$. Pentru aceasta : $$\frac{1}{f_3} = \frac{1}{d_3} + \frac{1}{d'_3};\ d_3 = d_1 + f_1 = 4f_1;\ d'_3 = d_2 + d'_2 = 9f_1;\ f_3 = \frac{36}{13}f_1.$$		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

B.b.	**3**	
Grosimea stratului de aer dintre lentilă și placă este: $$h = h_0 + a = \frac{r^2}{2R} + a,$$ unde r este raza inelului de interferență observat. Pentru inelul luminos de ordinul *k*, trebuie să avem: $$h = (2k+1)\frac{\lambda}{4};$$ $$\frac{r_k^2}{2R} + a = (2k+1)\frac{\lambda}{4};$$ $$r_k^2 = (2k+1)R\frac{\lambda}{2} - 2aR;$$ $$r_k^2 = R\lambda k + R\left(\frac{\lambda}{2} - 2a\right).$$		
Se efectuează experimentul propus și se identifică inelul luminos de ordinul k, pentru care se măsoară cu rigla, raza acestuia, r_k, calculând apoi valoarea r_k^2. Asemănător pentru inelul luminos de ordinul $k+1$, se măsoară cu rigla raza acestuia, r_{k+1} și apoi se determină valoarea r_{k+1}^2. Rezultă: $$r_k^2 = R\lambda k + R\left(\frac{\lambda}{2} - 2a\right);\ r_{k+1}^2 = R\lambda(k+1) + R\left(\frac{\lambda}{2} - 2a\right);$$ $$r_{k+1}^2 - r_k^2 = R\lambda;$$ $$\lambda = \frac{r_{k+1}^2 - r_k^2}{R}.$$		
C.c.	**3**	
Între lentilă și oglindă se formează o pană de aer, a cărei pantă este variabilă, rămânând însă foarte mică. Se știe că prezența unei pene optice în calea unui fascicul de lumină determină apariția unui sistem de franje de interferență. O franjă de interferență reprezintă locul geometric al punctelor pentru care diferențele de drum optic ale razelor de lumină care interferă acolo au o aceeași valoare. A găsi forma franjelor de interferență pentru sistemul propus înseamnează a găsi locul geometric al punctelor de pe fața inferioară a lentilei pentru care grosimea lamei de aer dintre lentilă și oglindă are valoarea *h*. Interferența este determinată de diferența de fază a razelor de lumină care se formează în spațiul dintre lentilă și oglindă. Franjele de interferență sunt benzi de egală lățime.		
Introducem un sistem de axe de coordonate XOY așa cum indică desenul din figura 1, unde: O – punctul de contact dintre lentilă și oglindă; OX – generatoarea inferioară a suprafeței cilindrice; $OY \perp OX$.		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

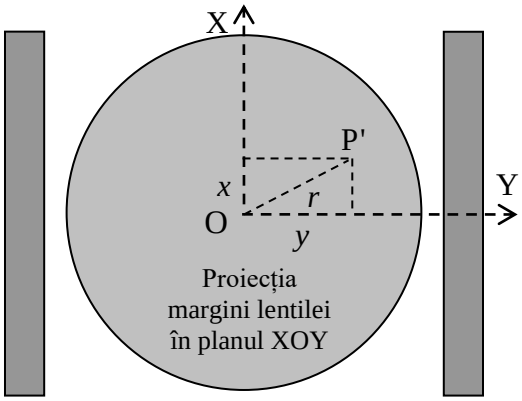


Fig. 1

Fie $P(x, y, z_1)$ un punct de pe fața inferioară a lentilei, așa cum indică desenul din figura 2, astfel încât proiecția sa pe planul XOY este punctul $P'(x, y)$, unde :

$$x^2 + y^2 = r^2,$$

iar z_1 – înălțimea punctului P deasupra planului XOY.

Dacă A este un punct de pe axa OZ astfel încât $OA = 2R_1$, atunci scriind teorema înălțimii pentru triunghiul dreptunghic AOP, rezultă:

$$r^2 = z_1(2R_1 - z_1);\ \ z_1 << 2R_1;\ r^2 = 2R_1 z_1.$$

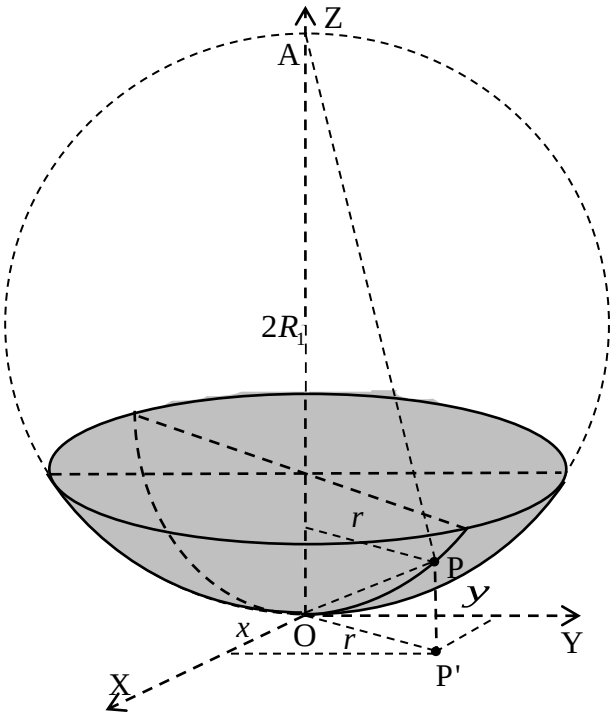


Fig. 2

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

În desenul din figura 3 este reprezentat planul paralel cu planul YOZ, care trece prin punctul P. Se evidențiază intersecțiile acestui plan cu fața inferioară a lentilei (curba 1) și cu suprafața oglinzii (curba 2).

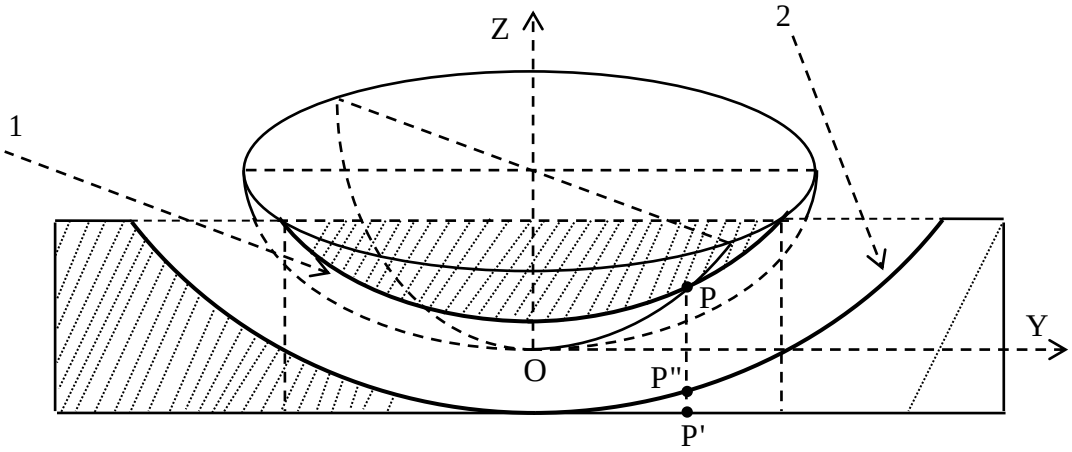


Fig. 3

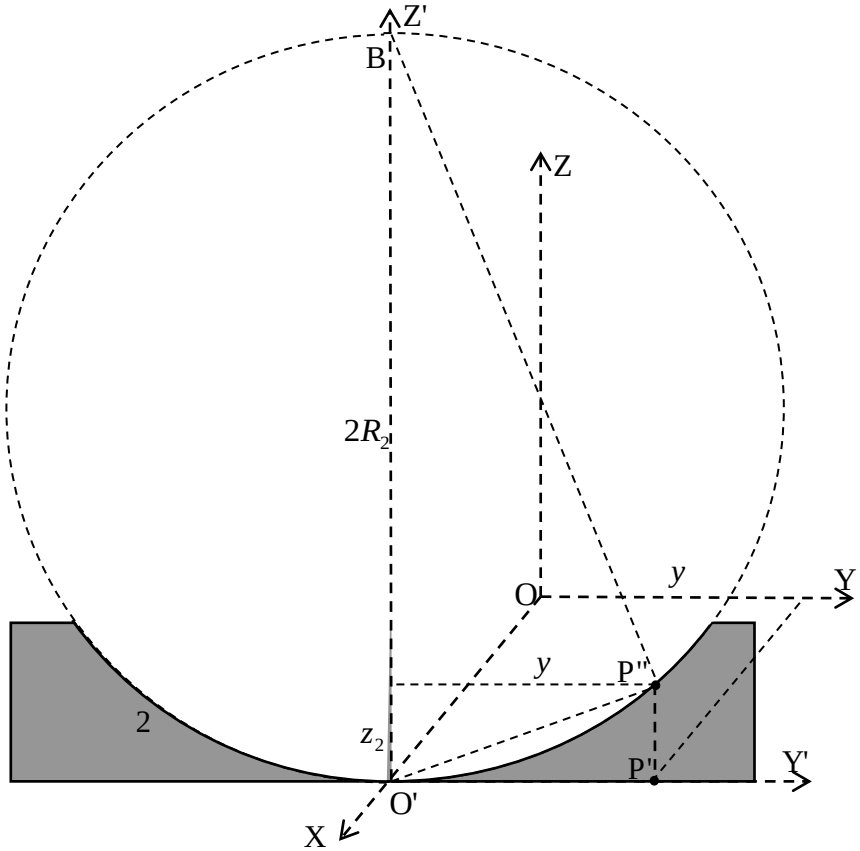


Fig. 4

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Punctul P" reprezintă intersecția verticalei PP' cu suprafața oglinzii (curba 2), coordonatele sale fiind (x, y, z_2). Dacă planul curbei 2 (planul cercului cu raza R_2) este planul Y'O'Z' paralel cu planul YOZ, așa cum indică figura 4, utilizând teorema înălțimii în triunghiul dreptunghic O'P"B, înscris în semicercul cu raza R_2, rezultă: $$y^2 = z_2(2R_2 - z_2);\ z_2 << 2R_2;\ y^2 = 2R_2 z_2.$$ În aceste condiții grosimea lamei de aer dintre lentilă și oglindă, pe verticala unui punct oarecare P de pe fața inferioară a lentilei, este: $$h = z_1 - z_2 = \frac{r^2}{2R_1} - \frac{y^2}{2R_2} = \frac{x^2 + y^2}{2R_1} - \frac{y^2}{2R_2}.$$		
Rezultă: $$\frac{x^2}{2hR_1} + \frac{y^2}{2h}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = 1;$$ $$a^2 = 2hR_1;\ b^2 = \frac{2hR_1R_2}{R_2 - R_1};$$ $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$ adică franjele de interferență sunt elipse concentrice. Maximele de interferență se vor produce în punctele pentru care: $$h = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$ iar minimele de interferență se vor produce în punctele pentru care: $$h = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda.$$		
Oficiu		**1**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect 3.	**Parţial**	**Punctaj**
Barem subiect 3		**10**
a) Există trei evenimente, ale căror coordonate sunt legate prin transformările Lorentz speciale: • evenimentul E_1, emisia luminii din O', având coordonatele: $$\text{în } K': \begin{cases} x_1' = 0 \\ t_1' \end{cases} \quad \text{şi în } K: \begin{cases} x_1 = \dfrac{\beta c t_1'}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ t_1 = \dfrac{t_1'}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases} \quad (1)$$ • evenimentul E, reflexia luminii pe oglindă, având coordonatele: $$\text{în } K: \begin{cases} x = 0 \\ t = T \end{cases} \quad \text{şi în } K': \begin{cases} x' = \dfrac{-\beta c t}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ t' = \dfrac{T}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases} \quad (2)$$ • evenimentul E_2, recepţia luminii în O', având coordonatele: $$\text{în } K': \begin{cases} x_2' = 0 \\ t_2' \end{cases} \quad \text{şi în } K: \begin{cases} x_2 = \dfrac{\beta c t_2'}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ t_2 = \dfrac{t_2'}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases} \quad (3)$$	**1**	**3**
În sistemul K, semnalul luminos este emis din punctul O', de abscisă x_1 la momentul t_1, se propagă în sens contrar axei Ox cu viteza $(-c)$ şi soseşte la oglindă, în punctul de abscisă $x = 0$, la momentul $t = T$. Putem scrie: $$(0 - x_1) = -c(T - t_1)$$ Introducem aici x_1 şi t_1 din relaţiile (1) şi după calcule se obţine: $$t_1' = T\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \quad (4)$$	**1**	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

În sistemul K, semnalul luminos pleacă de la oglindă, din punctul de abscisă $x=0$ la momentul $t=T$, se propagă în sensul axei Ox cu viteza c şi soseşte în O', având în K abscisa x_2 la momentul t_2. Putem scrie: $$(x_2-0)=c(t_2-T)$$ Introducem aici x_2 şi t_2 din relaţiile (3) şi după calcule se obţine: $$t_2'=T\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \qquad (5)$$	**1**	
b) În sistemul K: • durata traiectului „dus” al luminii, de la emisia din O' la reflexia pe oglindă, este dat de relaţia $(\Delta t)_1=T-t_1$. Din relaţiile (1) şi (4) $\Rightarrow$ $t_1=\frac{t_1'}{\sqrt{1-\beta^2}}=T\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{T}{1+\beta}$ Introducem t_1 în $(\Delta t)_1$ şi obţinem: $(\Delta t)_1=T-t_1=T\frac{\beta}{1+\beta}$	**0,8**	**4**
• durata traiectului „întors” al luminii, de la reflexia pe oglindă la recepţia în O', este dat de relaţia : $(\Delta t)_2=t_2-T$. Din relaţiile (3) şi (5) $\Rightarrow$ $t_2=\frac{t_2'}{\sqrt{1-\beta^2}}=T\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{T}{1-\beta}$. Introducem t_2 în $(\Delta t)_2$ şi obţinem: $(\Delta t)_2=t_2-T=T\frac{\beta}{1-\beta}$	**0,8**	
• durata traiectului „dus-întors” al luminii este $$\Delta t=(\Delta t)_1+(\Delta t)_2 \Rightarrow \Delta t=T\frac{2\beta}{1-\beta^2}$$	**0,4**	
În sistemul K': • durata traiectului „dus” al luminii, de la emisia din O' la reflexia pe oglindă, este dat de relaţia: $(\Delta t')_1=t'-t_1'$. Utilizăm relaţiile (2) şi (4), $t'=\frac{T}{\sqrt{1-\beta^2}}$, respectiv $t_1'=T\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$ şi obţinem: $$(\Delta t')_1=t'-t_1'=T\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$	**0,8**	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

• durata traiectului „întors” al luminii, de la reflexia pe oglindă la recepţia în O', este dat de relaţia : $(\Delta t')_2 = t_2' - t'$. Utilizăm relaţiile (2) şi (4): $t_2' = T\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$, $t' = \frac{T}{\sqrt{1-\beta^2}}$ şi obţinem: $$(\Delta t')_2 = t_2' - t' = T\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$	**0,8**	
• durata traiectului „dus-întors” al luminii este $$\Delta t' = (\Delta t')_1 + (\Delta t')_2 \Rightarrow \Delta t' = T\frac{2\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$	**0,4**	
Folosind relaţia dintre timpul propriu si cel măsurat în sistemul de referinţă legat de Pământ (de dilatare a duratei) $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\beta^2}}$, *putem obţine* Δt *cunoscând* $\Delta t'$ *sau invers, putem obţine* $\Delta t'$ *cunoscând* Δt. *Comparând duratele dus-întors* Δt *şi* $\Delta t'$ *obţinute separat, se confirmă relaţia de dilatare a durate* $$\frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} > 1.$$		
c) Distanţa D, parcursă de nava cosmică faţă de sistemul K (Pământul) este dată de relaţia: $$D = \int_0^t v \cdot dt = \int_0^{v_f} v \cdot \frac{dv}{a} = \int_0^{v_f} \frac{v}{a_0\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} dv = \frac{c^2}{a_0} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\Bigg\vert_0^{v_f} = \frac{c^2}{a_0}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_f^2}{c^2}}} - 1\right)$$	**0,5**	**2**
După calcule se obţine viteza finală: $$v_f = c\frac{\sqrt{Da_0(Da_0+2c^2)}}{Da_0+c^2}.$$	**0,5**	
Durata τ a voiajului faţă de sistemul K legat de Pământ: $$\tau = \int_0^t dt = \int_0^{v_f} \frac{dv}{a_0\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{a_0} \cdot \frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\Bigg\vert_0^{v_f} = \frac{1}{a_0} \cdot \frac{v_f}{\sqrt{1-\frac{v_f^2}{c^2}}}$$	**0,5**	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Utilizăm relaţia obţinută pentru viteza v_f şi, după calcule, obţinem: $$\tau = \frac{D}{c}\sqrt{1+\frac{2c^2}{Da_0}}\,.$$	**0,5**	
Oficiu		**1**

Barem propus de:
prof. Liviu ARICI - Colegiul Naţional „N. Bălcescu”, Brăila
prof. dr. Mihail SANDU – Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești, Vâlcea
conf. univ. dr. Sebastian POPESCU, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iași
prof. Florin BUTUȘINĂ - Colegiul Național „Simion Bărnuțiu”, Șimleu Silvaniei, Sălaj

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.