OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA

BAREM CORECTARE CLASA a V-a 18.05.2019

Problema 1.(7 puncte)

Scrieţi în baza 2 suma numerelor de forma $\overline{ab}$, ştiind că $6 \cdot a - b = a \cdot b$.

Soluţie: a, b sunt cifre, $a \neq 0$**.....(1p)**

$b = \frac{6a}{a+1}$ este cifră $\Rightarrow \left.\begin{matrix}(a+1)|6a \\ (a+1)|(a+1)\end{matrix}\right\} \Rightarrow (a+1) \in D_6 = \{1;2;3;6\} \Rightarrow a \in \{0;1;2;5\}, a \neq 0$**.....(3p)**

$a = 1, b = 3$ sau $a = 2, b = 4$ sau $a = 5, b = 5$ **.....(1p)**

$S = 13 + 24 + 55 = 92$ **.....(1p)**

$92 = 1011100_{(2)}$ **.....(1p)**

Problema 2.(7 puncte)

a) Determinaţi ultimele trei zecimale ale fracţiei $\frac{2019}{2^{2019}}$.

b) Aflaţi numerele de forma $2^a \cdot 3^b$, care au exact 15 divizori, ştiind că a şi b sunt numere naturale nenule.

Soluţie:

a) $\frac{2019}{2^{2019}} = \frac{2019 \cdot 5^{2019}}{2^{2019} \cdot 5^{2019}} = \frac{2019 \cdot 5^{2019}}{10^{2019}}$ **.....(1p)**

Ultimele trei zecimale ale fracţiei sunt ultimele trei cifre ale numărului: $2019 \cdot 5^{2019}$**.....(1p)**

Ultimele trei cifre ale numărului: 5^{2019} sunt 125 **.....(1p)**

Ultimele trei zecimale ale fracţiei sunt 375**.....(1p)**

b) Numărul divizorilor numărului $2^a \cdot 3^b$ este $(a+1) \cdot (b+1) = 15$**.....(1p)**

a şi b sunt numere naturale nenule, avem cazurile : $a = 2, b = 4, 2^2 \cdot 3^4 = 324$ şi $a = 4, b = 2, 2^4 \cdot 3^2 = 144$**.....(2p)**

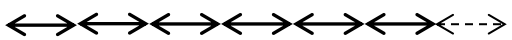
Problema 3.(7 puncte)

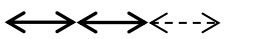
Sandală şi Pantof au împreună 2340 lei. Dacă Sandală îi împrumută lui Pantof $\frac{1}{7}$ din cât are, atunci Pantof va avea $\frac{1}{2}$ din cât îi rămâne lui Sandală. Pantof ar vrea să-şi cumpere o boxă JBL Xtreme care costă 1249,99 lei.

a) Aflaţi câţi bani a avut fiecare la început;

b) Aproximaţi cu o sutime prin adaos de câţi bani mai are nevoie Pantof după împrumutul de la Sandală?

Soluţie:

Sandală: 

Pantof: 

.....(3p)

$2340 : 9 = 260\ lei \Rightarrow$ Sandală a avut 1820 lei, Pantof a avut 520 lei**.....(2p)**

Pantof are după împrumut 780 lei**.....(1p)**

Pantof mai are nevoie de 469,99 lei, deci 470 lei prin aproximaţie de o sutime prin adaos**...(1p)**

Problema 4.(7 puncte)

Fie A_1, A_2, ...,A_{2020} puncte situate, în această ordine pe dreapta d şi M mijlocul segmentului $[A_1A_{2020}]$. Ştiind că A_1A_2=1cm, A_2A_3=2cm, A_3A_4=3cm .....,$A_{2019}A_{2020}$=2019cm, să se afle :

a) A_1A_{2020}; b) $A_{20}M$; c) $A_{10}N$, N mijlocul segmentului $A_{18}A_{19}$.

Soluţie:

a) $A_1A_{2020} = A_1A_2 + A_2A_3 + \cdots + A_{2019}A_{2020} = 1 + 2 + \cdots + 2019 = 2019 \cdot 1010 = 2039190cm$**.....(3p)**

b) $A_{20}M = A_1A_{2020} : 2 - A_1A_{20} = 1019595 - (1 + 2 + \cdots + 19) = 1019405cm$**.....(2p)**

c) $A_{10}N = A_{10}A_{18} + A_{18}A_{19} : 2 = (10 + 11 + \cdots + 17) + 18 : 2 = 117cm$**.....(2p)**

„Binele ce-l faci la oarecine, ţi-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Felicitări!