Olimpiada Națională de matematică
Etapa locală - 20 februarie 2015

Clasa a V-a

1. Determinați numărul natural de două cifre, scris în baza 10, care, împărțit la răsturnatul său, dă câtul 2 și restul 15.

SGM 2014

2. Se consideră numerele $A = 2 + 4 + ... + 2014$ și $B = 1 + 3 + ... + 2015$.

a) Stabiliți care dintre cele două numere este mai mare.

b) Arătați că între numerele A și B nu se găsește pătratul nici unui număr natural.

3.

a) Calculați produsul $a \cdot b \cdot c$ știind că $\overline{abc} + \overline{abc2} = 2015.$

b) Determinați restul împărțirii numărului $N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 2014 + 2013$ la 2015.

4. Doi elevi au șapte cartonașe albe numerotate de la 1 la 7 și șapte cartonașe roșii numerotate de la 1 la 7. Stabiliți dacă cei doi elevi pot forma perechi din câte un cartonaș alb și unul roșu, astfel încât sumele obținute adunând numerele scrise pe cartonașele din fiecare pereche să fie șapte numere naturale consecutive.

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore din momentul primirii subiectului.

Olimpiada de matematică
Etapa locală - 20 februarie 2015

Clasa a V-a

1.

Din teorema împărțirii cu rest avem $\overline{ab} = \overline{ba} \cdot 2 + 15$ avem $\overline{ab} > 15$ **2p**
$10a + b = 20b + 2a + 15$ de unde obținem $8a = 19b + 15$ **2p**
Finalizare a=9 și b=3 **3p**

2. **a)** $A = 2 + 4 + ... + 2014 = 2(1 + 2 + ... + 1007) = 2 \cdot 1007 \cdot 1008 : 2 = 1007 \cdot 1008$ **1p**
$B = 1 + 3 + ... + 2015 = 1008^2$ **2p**
Finalizare $B > A$ **1p**
b) $1007^2 < 1007 \cdot 1008 < 1008^2$ **1p**
Finalizare **2p**

3.
a) Egalitatea se mai scrie: $\overline{abc} + 10 \cdot \overline{abc} + 2 = 2015 \Leftrightarrow 11 \cdot \overline{abc} = 2013 \Leftrightarrow \overline{abc} = 183$. **2p**
De unde obținem $a = 1,\ b = 8,\ c = 3$ **1p**
Finalizare $a \cdot b \cdot c = 1 \cdot 8 \cdot 3 = 24$. **1p**

b) Din faptul că $2015 = 1 \cdot 5 \cdot 403$ rezultă **1p**
$2015 / 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 2014$ **1p**
Finalizare **1p**

4.

Presupunem că cei doi elevi pot obține o împărțire a cartonașelor în perechi cu cele șapte sume numere naturale consecutive. Atunci sumele obținute ar fi $a,\ a+1,\ a+2,\ a+3,\ ...,\ a+6$
și $a + a + 1 + a + 2 + ... + a + 6 = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + ... + 7)$ **2p**
$7 \cdot a + 6 \cdot 7 : 2 = 2 \cdot (7 \cdot 8 : 2) \Leftrightarrow 7 \cdot a + 21 = 56 \Rightarrow a = 5$ **1p**
Sumele în perechi sunt $5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$. **2p**
2p

O grupare ar fi :

Nr. cartonaș alb	1	2	3	4	5	6	7
Nr. cartonaș roșu	7	5	2	6	1	3	4
Suma în pereche	8	7	5	10	6	9	11

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro