OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 20.02.2016

Clasa a V-a

1. Aflaţi numerele $\overline{abc}$ cu proprietatea că $\overline{abc} = 9 \cdot \overline{ac}$.

2. Aflaţi ultimele trei cifre ale unui număr natural n ştiind că prin împărţirea lui $29n$ la 250 se obţine restul 67, iar prin împărţirea lui $23n$ la 200 se obţine restul 29.

Gazeta Matematică 2015

3. a) Să se arate că numărul 153 se poate scrie ca sumă de 3 cuburi perfecte.

   b) Se poate scrie 153^{2016} ca sumă de 3 cuburi perfecte?

   c) Se poate scrie 153^{2017} ca sumă de 3 cuburi perfecte?

4. Se consideră numerele $A = 1 + 2 + 3 + ... + 2016^2$ şi $B = 2 + 4 + 6 + ... + 2016^{\ 2}$.

   a) Să se afle ultima cifră pentru fiecare din numerele A şi B.

   b) Să se arate că $A - B$ este pătrat perfect.

Subiectele au fost propuse de:
Prof. Mariana Guzu, Şcoala ”D. Zamfirescu”
Prof. Marius Mohonea, C.N. ”Unirea”

NOTĂ: **Timp de lucru: 2 ore.**
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 20.02.2016

Clasa a V-a

Barem de corectare şi notare

1. $5(a+b)=4c$ 2p

$c \in \{0,5\}$ 2p

$a+b=0 => a=b=0$ imposibil 1p

$\overline{abc} \in \{405, 315, 225, 135\}$ 2p

2. $29n=250x+67$ şi $23n=200y+29$ 2p

$116n=1000x+268$ 1p

$115n=1000y+145$ 1p

$n=116n-115n=1000(x-y)+123$ 2p

$n=\overline{...123}$ 1p

3. $153=125+27+1=5^3+3^3+1^3$ 2p

$153^{2016}=(153^{672})^3+0^3+0^3$ 2p

$153^{2017}=(153^{672})^3(5^3+3^3+1^3)=(153^{672}\cdot 5)^3+(153^{672}\cdot 3)^3+(153^{672}\cdot 1)^3$ 3p

4. a) $A=1008\cdot 2016\cdot(2016^2+1)$ 1p

$A=\overline{...8}\cdot\overline{...6}\cdot\overline{...7}=\overline{...6}$ 1p

$B=1008\cdot 2016\cdot(1008\cdot 2016+1)$ 1p

$B=\overline{...8}\cdot\overline{...6}\cdot\overline{...9}=\overline{...2}$ 1p

b) $A-B=(1008\cdot 2016)^2$ 3p

NOTĂ. Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.