



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ  
DE FIZICĂ  
TIMIȘOARA, 2016  
15-20 APRILIE**



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE  
ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE  
INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN TIMIȘ



Universitatea de Vest  
din Timișoara

# Olimpiada Națională de Fizică

Pagina 1 din 3

## Timișoara 2016

### Proba teoretică

### Clasa a IX-a

# IX

## Problema 1- OPTICĂ GEOMETRICĂ

### 1 A. Prismă hexagonală

(3 puncte)

În interiorul corpului compact și transparent al unei prisme drepte, cu baza sub formă de hexagon regulat, există un canal cilindric longitudinal, cu baza circulară (diametru  $d$ ), plin cu o pastă neagră, opacă (precum este mina unui pix). Axa prisme și a canalului coincid. Pentru a putea sesiza cât mai bine dimensiunile canalului longitudinal, prisma este menținută în poziție verticală, în fața ochilor, la o distanță de peste 25 cm, și este rotită complet, de la  $0^\circ$  la  $360^\circ$ , în jurul axei sale de simetrie. Astfel, s-a putut constata că diametrul observat al canalului central a avut valoare minimă de 6 ori și maximă tot de 6 ori, raportul  $d_{\max} / d_{\min}$  fiind egal cu 2. Să se determine indicele de refracție  $n$  al materialului transparent din care este confecționat corpul compact al prisme știind că raportul dintre latura  $L$  a secțiunii principale, hexagonale, și diametrul real, al canalului negru, opac, este  $L/d = 4/\sqrt{3}$ .

*Precizare:* Considerați că, până la canalul central, materialul transparent al prisme este omogen.

### 1 B. O bilă de sticlă

(3 puncte)

O mică bilă (sferă) este dispusă cu centrul său pe axul optic principal (AOP) al unei lentile subțiri, convergente. Raportul dintre volumul  $V_1$  al bilei și volumul  $V_2$  al imaginii sale reale în lentilă este 16. Lentila se îndepărtează în lungul AOP de bilă și se constată că raportul  $V_1/V_2$  a crescut la valoarea 81. Se măsoară valoarea  $L$  (în centimetri, de exemplu) a acestei deplasări, care, în continuare, se consideră cunoscută. Ce valoare are convergența lentilei? La ce distanță de lentilă s-a aflat bila în cele două situații?

### 1 C. Două surse punctiforme și o lentilă divergentă

(3 puncte)

O lentilă divergentă, cu modulul distanței focale  $f = 12\text{cm}$ , este plasată între două surse luminoase punctiforme  $S_1$  și  $S_2$ , situate pe axul optic principal, la o distanță de două ori mai mică față de  $S_1$  decât față de  $S_2$ . Distanța dintre imaginile  $S'_1$  și  $S'_2$  ale surselor este  $\ell = 7,8\text{cm}$ . Cât este distanța dintre surse?

- 
1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
  2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
  3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
  4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
  5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.



## Problema 2 - CINEMATICĂ ȘI DINAMICĂ

### 2 A. Viteze medii

(3 puncte)

Un corp de mici dimensiuni efectuează două deplasări rectilinii succesive, de aceeași lungime, în planul orizontal  $xOy$ : prima deplasare - cu viteza constantă  $v_1 = 20 \text{ m/s}$ , pe o direcție orientată cu unghiul  $\alpha_1 = 60^\circ$  față de axa  $Ox$  și, în continuare, a doua deplasare, cu viteza constantă  $v_2 = 40 \text{ m/s}$ , pe o direcție orientată cu unghiul  $\alpha_2 = 120^\circ$  față de axa  $Ox$ . Determinați modulul și orientarea (față de axa  $Ox$ ) a vectorului viteză medie la deplasarea corpului pe întregul parcurs.

**Precizare:** în timpul deplasărilor, coordonata  $y$  a corpului este crescătoare!

### 2 B. Viteze medii

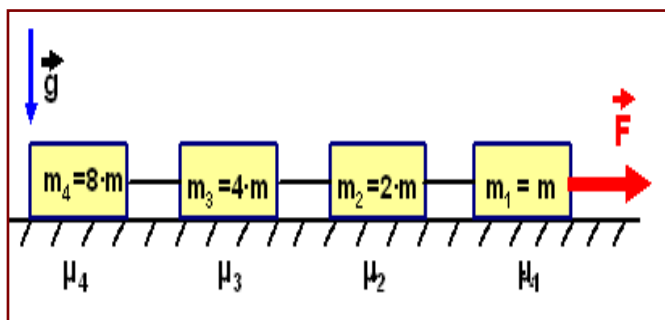
(2 puncte)

Corpul efectuează cele două deplasări rectilinii succesive, cu vitezele  $v_1 = 20 \text{ m/s}$ , respectiv  $v_2 = 40 \text{ m/s}$ , însă, de data aceasta, timpii deplasărilor sunt egali (nu și lungimile acestor deplasări!). Orientarea celor două deplasări este caracterizată de unghiurile  $\alpha_1 = 60^\circ$ , respectiv  $\alpha_2 = 120^\circ$ , față de axa  $Ox$ , precizarea de la punctul A rămânând valabilă. Determinați modulul și orientarea (față de axa  $Ox$ ) a vectorului viteză medie la deplasarea corpului pe întregul parcurs.

### 2 C. Tensiuni mecanice și forțe de frecare

(4 puncte)

Patru corpuri paralelipipedice, ca niște cărămizi de dimensiuni nu prea mari, cu masele indicate pe desen, sunt legate între ele prin fire inextensibile și fără masă. Sub acțiunea unei forțe constante  $\vec{F}$ , ce acționează orizontal asupra corpului cu masa  $m_1 = m$ , sistemul celor patru corpuri se deplasează spre dreapta. Se cunosc coeficienții de frecare dintre primele trei corpuri și suportul orizontal pe care are loc deplasarea:  $\mu_1 = 0,4$  (pentru corpul cu masa  $m_1$ ),  $\mu_2 = 0,2$  (pentru corpul cu masa  $m_2 = 2m$ ) și  $\mu_3 = 0,1$  (pentru corpul cu masa  $m_3 = 4m$ ). Imediat după ce acțiunea forței  $\vec{F}$  a încetat, cele trei fire de legătură dintre corpuri au rămas tensionate. Ce valoare minim posibilă ( $\mu_4 = ?$ ) are coeficientul de frecare dintre corpul cu masa  $m_4 = 8m$  și suportul orizontal pe care are loc deplasarea?



1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.



## Problema 3 - ELECTRICITATE

### 3 A. O întrebare!

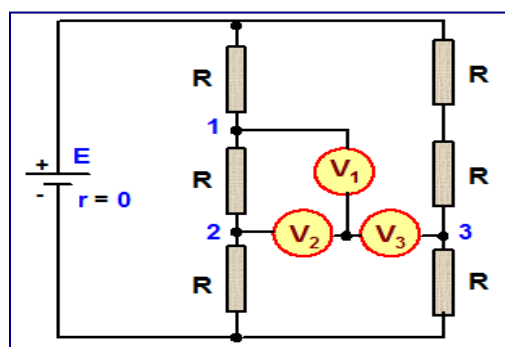
(2 puncte)

De câte ori este mai mare valoarea intensității curentului de scurtcircuit  $I_{sc}$  al unei baterii reale, decât valoarea  $I_0$  a intensității curentului ce trece printr-un rezistor conectat la bornele respectivei baterii, când puterea debitată de baterie pe acest rezistor este maximă?

### 3 B. Trei voltmetre ideale

(3 puncte)

În montajul electric din figură, generatorul are tensiunea electromotoare  $E$  constantă și rezistența internă egală cu zero ( $r=0$ ). Cele trei voltmetre  $V_1$ ,  $V_2$  și  $V_3$  sunt ideale, iar cele șase rezistoare, identice, au fiecare rezistența electrică  $R$ . Determinați tensiunile electrice indicate de voltmetrele  $V_1$ ,  $V_2$ , respectiv  $V_3$ .



### 3 C. Puteri electrice

(4 puncte)

O bucată cilindrică de conductor metalic (fir conductor), cu secțiune constantă, este conectată la bornele unui acumulator. Rezistența electrică pe unitatea de lungime a firului conductor este constantă, aceeași pe toată lungimea sa. Se constată că puterea electrică degajată în conductor este  $P_1 = 9 \text{ W}$ . Când conductorul este tăiat în două părți de lungimi egale, care se grupează în paralel iar gruparea astfel realizată este conectată la bornele aceluiași acumulator, puterea degajată în grupare este  $P_2 = 16 \text{ W}$ .

a) Considerând că rezistența întregului fir conductor este  $R = 25 \Omega$ , determinați analitic și numeric (în funcție de  $P_1$ ,  $P_2$  și  $R$ ) parametrii acumulatorului (t.e.m.  $E$  și rezistența internă  $r$ , presupuse mereu constante). Când valoarea puterii  $P_1$  este fixată arbitrar, care este mulțimea valorilor posibile pentru puterea  $P_2$ ?

b) Ce putere ( $P_4$ ) s-ar degaja pe gruparea paralelă, realizată din cele patru părți de lungimi egale, obținute din conductorul inițial, când respectiva grupare s-ar conecta la bornele aceluiași acumulator?

c) Generalizați la cazul divizării conductorului inițial în  $N$  părți de lungimi egale, din care s-ar realiza o grupare paralelă conectată la bornele acumulatorului considerat. Determinați analitic și numeric puterea  $P_N$  pentru  $N$  arbitrar.

Subiecte propuse de:

prof. univ. dr. Florea **ULIU**, Universitatea Craiova

conf. univ. dr. Sebastian **POPESCU**, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” Iași

prof. Dumitru **ANTONIE**, Colegiul Tehnic nr. 2 Târgu - Jiu

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuția subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.



# Olimpiada Națională de Fizică

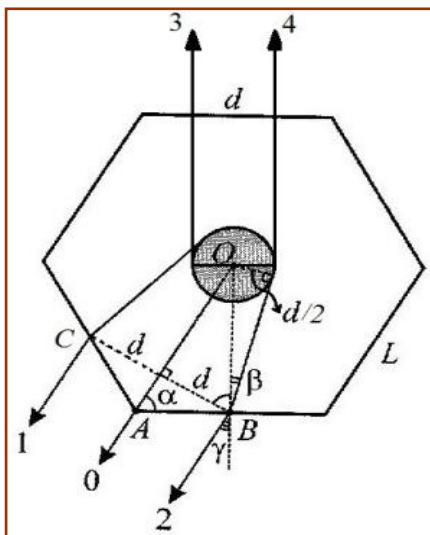
## Timișoara 2016

### Proba teoretică

### BAREM, Clasa a IX - a

# IX

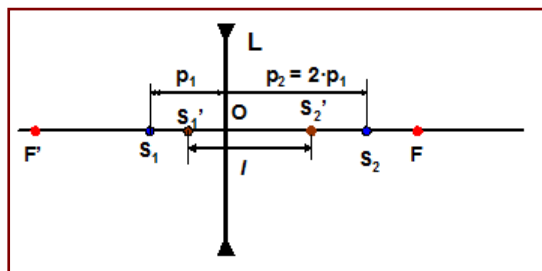
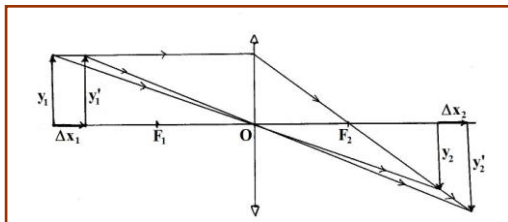
➤ Problema 1. (A + B + C)	Parțial	Punctaj
Problema 1 → (Prismă hexagonală, bilă de sticlă , lentilă divergentă)		10 puncte
1 A. <b>Prismă hexagonală</b>		3 puncte
<p>Desenul alăturat ne poate convinge că <math>d_{\min} = d</math> (diametrul real al canalului central, desenat în gri). În acest caz, în ochii observatorului ajung raze de lumină ce cad normal pe laturile hexagonului, precum razele limită 3 și 4 din figură</p> <p>.....</p> <p>Se poate observa o valoare maximă <math>d_{\max} = 2d_{\min} = 2d</math> a diametrului canalului central (negru), atunci când ochii observatorului se află pe direcții precum OA (de la centrul canalului spre fiecare din vârfurile hexagonului). În acest caz razele de lumină limită sunt razele 1 și 2, paralele cu această direcție, care ajung în ochi după ce au suferit refracției pe laturile vecine vârfului A al hexagonului (în punctele B și C pe desen).....</p> <p>Unghiul <math>\alpha</math> este de <math>60^\circ</math> și putem scrie <math>AB = d / \sin \alpha = 2d / \sqrt{3}</math>.</p> <p>Cu relația <math>d = (L/4)\sqrt{3}</math>, furnizată de enunț, obținem <math>AB = L/2</math>, ceea ce înseamnă că punctul B se află la mijlocul laturii hexagonului .....</p> <p>Normala ridicată în punctul de incidență B trece prin centrul O al canalului circular din mijlocul prisme. Deoarece raza de lumină B-2 este paralelă cu direcția OA, ajungem ușor la concluzia că unghiul de refracție <math>\gamma</math> este de <math>30^\circ</math> .....</p> <p>Indicele de refracție al materialului din care e confecționat corpul prisme este dat de relația Snell-Descartes <math>n = \sin \gamma / \sin \beta = \sin 30^\circ / \sin \beta = 1/2 \sin \beta</math></p> <p>.....</p> <p>Conform desenului <math>\sin \beta = (d/2) / OB</math>, cu</p> <p><math>OB = \sqrt{OA^2 - AB^2} = \sqrt{L^2 - L^2/4} = (L/2)\sqrt{3}</math>. .....</p> <p>Astfel găsim <math>\sin \beta = d / (L\sqrt{3}) = 1/4</math>. .....</p> <p>În concluzie, indicele de refracție al materialului transparent este <math>n = 4/2 = 2</math> .....</p> <p><b>Observație: Materialul prisme nu este unul uzual, ci unul destul de scump.</b></p>	<p>0,25p</p> <p>0,50p</p> <p>0,50p</p> <p>0,25p</p> <p>0,50p</p> <p>0,25p</p> <p>0,25p</p>	



1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



<p>Afirmația are în vedere faptul că valoarea <math>n = 2</math> este cuprinsă, grosier vorbind, între 1,8 (indicele flintului greu) și 2,42 (indicele diamantului). Nu se punctează în barem !!!</p> <p><b>1 B. O bilă de sticlă</b></p> <p>Notăm cu <math>f</math> distanța focală a lentilei convergente (<math>f &gt; 0</math>).</p> <p>Pentru obiecte de dimensiuni nu prea mari, plasate destul de departe de focar (la distanța <math>p</math> față de centrul optic <math>O</math> al lentilei), mărirea transversală este</p> <p><math>\beta_t \equiv  y_2 / y_1  = f / (p - f)</math> (cunoașterea sau deducerea relației) .....</p> <p>iar mărirea longitudinală este <math>\beta_l \equiv  \Delta x_2 / \Delta x_1  = f^2 / (p - f)^2</math> (cunoașterea sau deducerea acestei relații) .....</p> <p>astfel că <math>\beta_l = \beta_t^2</math> .....</p> <p>Volumul oricărui corp (cu atât mai mult al sferei de pe axul optic principal !!!) are o dimensiune longitudinală și două dimensiuni transversale. Raportul volumelor (imagine/obiect) este <math>V_2 / V_1 = \beta_t \beta_l^2 = \beta_t^4</math> .....</p> <p>Notând cu <math>p'</math> distanța de la centrul optic <math>O</math> al lentilei la poziția imaginii avem relația <math>\beta_t =  y_2 / y_1  = p' / p = \sqrt[4]{V_2 / V_1}</math>, adică <math>p' = p \sqrt[4]{V_2 / V_1}</math> .....</p> <p>În cele două situații din enunț, relația punctelor conjugate optice (<math>C = 1 / f = 1 / p + 1 / p'</math>) are forma <math>C = 1 / p + \sqrt[4]{16} / p</math>, respectiv <math>C = 1 / (p + L) + \sqrt[4]{81} / (p + L)</math> .....</p> <p>Prin eliminarea lui <math>p</math> din cele două relații obținem <math>C = 1 / L</math> (distanța focală <math>f</math> a lentilei coincide cu distanța <math>L</math> a îndepărtării lentilei de bilă <math>f = L</math>) .....</p> <p>La început <math>p = 3 / C = 3L (= 3f)</math> iar în a doua situație <math>p + L = 4L (= 4f)</math> .....</p>	<p>3 puncte</p> <p>0,25p</p> <p>0,50p</p> <p>0,25p</p> <p>0,25p</p> <p>0,25p</p> <p>0,50p</p> <p>0,50p</p> <p>0,50p</p>	<p>3 puncte</p>
<p><b>1 C. Două surse punctiforme și o lentilă divergentă</b></p> <p>Fie <math>p_1</math> și <math>p_2 (= 2p_1)</math> distanțele de la surse (<math>S_1</math> respectiv <math>S_2</math>) la centrul optic <math>O</math> al acestora și <math>p'_1</math>, respectiv <math>p'_2</math> distanțele de la imaginile surselor (<math>S'_1</math> respectiv <math>S'_2</math>) la același centru optic <math>O</math> (vezi desenul).....</p> <p>Se cere să aflăm distanța</p> <p><math>L =  S_1 O S_2  = p_1 + p_2 = p_1 + 2p_1 = 3p_1</math></p> <p>în funcție de <math>f</math> și <math>\ell</math>, cunoscând faptul că <math>p'_1 + p'_2 =  S'_1 O  +  S'_2 O  = \ell</math> .....</p>	<p>0,25p</p> <p>0,25p</p>	<p>3 puncte</p>



1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



<p><b>Conjugarea optică presupune valabilitatea simultană a relațiilor</b>  <math>-1/f = 1/p_1 - 1/p'_1 = 1/p_2 - 1/p'_2</math> .....</p> <p><b>Găsim ușor că</b> <math>p'_1 = fp_1/(f + p_1)</math> și <math>p'_2 = fp_2/(f + p_2)</math> .....</p> <p><b>Prin adunarea acestor relații obținem</b>  <math>\ell = f[p_1(f + p_2) + p_2(f + p_1)]/(f + p_1)(f + p_2)</math> .....</p> <p><b>Ținând cont că</b> <math>p_2 = 2p_1</math>, rezultă <b>imediat o ecuație de gradul al doilea pentru necunoscuta</b> <math>p_1</math>, anume <math>2(\ell - 2f)p_1^2 - 3f(f - \ell)p_1 + \ell f^2 = 0</math> .....</p> <p><b>Soluțiile ecuației sunt</b> <math>(p_1)_{a,b} = [f/4(\ell - 2f)] \cdot [3(f - \ell) \pm \sqrt{9f^2 + \ell^2 - 2f\ell}] \dots</math></p> <p><b>Singura soluție acceptabilă fizic este cea pozitivă, anume</b> <math>p_{1,a} = 4\text{cm}</math> .....</p> <p><b>(din punct de vedere fizic, cealaltă soluție, anume</b> <math>p_{1,b} = -8,67\text{cm}</math>, nu poate fi acceptată !).</p> <p><b>Astfel, în final,</b> <math>L = 3p_1 = 12\text{cm}</math> .....</p> <p><b>Din oficiu - Problema 1</b> .....</p> <p><b>Total – Problema 1 → (A+B+C)</b> .....</p>	<p><b>0,50p</b></p> <p><b>0,25p</b></p> <p><b>0,25p</b></p> <p><b>0,50p</b></p> <p><b>0,50p</b></p> <p><b>0,25p</b></p> <p><b>0,25p</b></p>	<p><b>1 punct</b></p> <p><b>10 puncte</b></p>
<b>➤ Problema 2 - [Combinatia A + B (Cinematică) + C(Dinamică)]</b>		<b>10 puncte</b>
<b>2.A. Barem – Viteze medii</b>		<b>5 puncte</b>
<p>Scriem succesiv <math>\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2</math>, cu <math>\Delta r_1 = \Delta r_2 \equiv L</math> (ca module), unde  <math>\Delta\vec{r} = \vec{v}_m t = \vec{v}_m(t_1 + t_2)</math>, respectiv <math>\Delta\vec{r}_1 = \vec{v}_1 t_1</math> și <math>\Delta\vec{r}_2 = \vec{v}_2 t_2</math> .....</p> <p>Din relația <math>\vec{v}_m t = \vec{v}_1 t_1 + \vec{v}_2 t_2</math> .....</p> <p>rezultă: <math>\vec{v}_m = (\vec{v}_1 t_1 + \vec{v}_2 t_2)/(t_1 + t_2) = [\vec{v}_1(\Delta r_1/v_1) + \vec{v}_2(\Delta r_2/v_2)]/[(\Delta r_1/v_1) + (\Delta r_2/v_2)]</math>  în care <math>\Delta r_1 = \Delta r_2 \equiv L</math> .....</p> <p>În final <math>\vec{v}_m = [\vec{v}_1/v_1 + \vec{v}_2/v_2]/[1/v_1 + 1/v_2] = [v_2\vec{v}_1 + v_1\vec{v}_2]/(v_2 + v_1)</math> .....</p> <p>Proiecția acestei relații pe axele Ox și Oy ne dă:</p> <p><math>v_{mx} = \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} (\cos 60^\circ + \cos 120^\circ) = 0</math> .....</p> <p><math>v_{my} = \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} (\sin 60^\circ + \sin 120^\circ) = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} \sin 60^\circ = \frac{v_1 v_2 \sqrt{3}}{v_1 + v_2} = \frac{40}{\sqrt{3}} \approx 23\text{m/s}</math> .....</p> <p>În final: <math>v_m =  v_{my}  = \frac{40}{\sqrt{3}} \approx 23\text{m/s}</math> .....</p>	<p><b>0,25 p</b></p> <p><b>0,25 p</b></p> <p><b>0,50 p</b></p> <p><b>0,50 p</b></p> <p><b>0,50 p</b></p> <p><b>0,25 p</b></p> <p><b>0,25 p</b></p>	<p><b>5 puncte</b></p>

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



cu orientarea în sensul pozitiv al axei Oy .....		
B. Scriem succesiv $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 = \vec{v}_m t$ cu $\Delta\vec{r}_1 = \vec{v}_1(t/2)$ și $\Delta\vec{r}_2 = \vec{v}_2(t/2)$ . Obținem astfel $\vec{v}_m = (1/2)(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)$ .....	<b>0,50 p</b>	
Proiectăm această relație pe axele Ox și Oy și obținem: $v_{mx} = (1/2)(v_1 \cos 60^\circ + v_2 \cos 120^\circ) = -5m/s$ .....	<b>0,25 p</b>	
respectiv $v_{my} = (1/2)(v_1 \sin 60^\circ + v_2 \sin 120^\circ) = 15\sqrt{3}m/s$ .....	<b>0,25 p</b>	
Viteza medie are modulul $v_m = \sqrt{v_{mx}^2 + v_{my}^2} = \sqrt{25 + 675} = 10\sqrt{7} \approx 26,5m/s$ .....	<b>0,50 p</b>	
Unghiul dintre axa Ox și vectorul $\vec{v}_m$ este dat de relația $\theta = 180^\circ - \arctg(v_{my}/ v_{mx} ) = 180^\circ - \arctg(3\sqrt{3}) \approx 101^\circ$ .....	<b>0,50 p</b>	
<b>C. DINAMICĂ – TENSIUNI ȘI FORȚE DE FRECARE</b>		<b>4 puncte</b>
Când forța F acționează, legile de mișcare pentru cele patru corpuri au forma: $m_1 a = F - \mu_1 m_1 g - T_1$ , $m_2 a = T_1 - T_2 - \mu_2 m_2 g$ , $m_3 a = T_2 - T_3 - \mu_3 m_3 g$ , respectiv $m_4 a = T_3 - \mu_4 m_4 g$ .....	<b>4x0,20 p =0,8p</b>	
De aici, după adunare, obținem o relație ce nu mai conține tensiunile din fire, anume $a = [F - g(m_1 \mu_1 + m_2 \mu_2 + m_3 \mu_3 + m_4 \mu_4)] / (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$ .....	<b>0,20p</b>	
Când forța de tracțiune $\vec{F}$ nu mai acționează, accelerația sistemului devine $a = -(g/15)(8\mu_4 + 4\mu_3 + 2\mu_2 + \mu_1)$ , (*).....	<b>0,20 p</b>	
Ținând cont de valorile maselor, tensiunile din fire devin $T_1 = -m(a + \mu_1 g)$ , $T_2 = -m[3a + g(\mu_1 + 2\mu_2)]$ , $T_2 = -m[3a + g(\mu_1 + 2\mu_2)]$	<b>4x0,20 p = 0,80p</b>	
$T_3 = -m[7a + g(\mu_1 + 2\mu_2 + 4\mu_3)]$ .....		
Introducând expresia (*) a accelerației a în formulele tensiunilor din fire:		
► pentru tensiunea $T_3$ obținem expresia $T_3 = (8mg/15)(7\mu_4 - 4\mu_3 - 2\mu_2 - \mu_1)$	<b>0,25 p</b>	
condiția $T_3 > 0$ ne dă restricția $\mu_4 > (1/7)(4\mu_3 + 2\mu_2 + \mu_1) = 6/35 \approx 0,17$ .....	<b>0,25 p</b>	
► pentru tensiunea $T_2$ obținem expresia $T_2 = (4mg/5)(2\mu_4 + \mu_3 - 2\mu_2 - \mu_1)$ ; .....	<b>0,25 p</b>	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



<p>condiția <math>T_2 &gt; 0</math> ne dă <math>\mu_4 &gt; (1/2)(\mu_1 + 2\mu_2 - \mu_3) = 7/20 = 0,35</math>.....</p> <p>► În sfârșit, tensiunea <math>T_1</math> devine <math>T_1 = (2mg/15)(4\mu_4 + 2\mu_3 + \mu_2 - 7\mu_1)</math> și,</p> <p>condiția <math>T_1 &gt; 0</math> ne dă restricția <math>\mu_4 &gt; (1/4)(7\mu_1 - \mu_2 - 2\mu_3) = 0,6</math> .....</p> <p>Toate cele trei tensiuni sunt pozitive (fire tensionate !) numai dacă <math>\mu_4 &gt; 0,6</math>...</p> <p><b>Din oficiu – Problema 2 (A+B+C) (Cinematică+Dinamică) .....</b></p> <p><b>Total – Problema 2 [Combinăția A(electrocinetică)+B(cinematică)] .....</b></p>	<p><b>0,25 p</b></p> <p><b>0,50 p</b></p> <p><b>0,50 p</b></p> <p><b>1 p</b></p>	<p><b>10 puncte</b></p>
<p>➤ <b>Problema 3 (A+B+C) - ELECTRICITATE</b></p>		<p><b>10 puncte</b></p>
<p><b>3 A. O întrebare !</b></p>		<p><b>2 puncte</b></p>
<p>Curentul de scurtcircuit al unei baterii reale este <math>I_{sc} = E/r</math> .....</p> <p>Pentru puterea din circuitul exterior, unde se află rezistorul <math>R</math>, avem expresia <math>P = RI^2</math>, unde <math>I = E/(R+r)</math>, (*).....</p> <p>Astfel obținem <math>P = RI^2 = RE^2/(R+r)^2</math> .....</p> <p>Scriind la numărătorul expresiei de mai sus că <math>R = 4rR/4r = (1/4r)[(R+r)^2 - (R-r)^2]</math> putem găsi următoarea formă a dependenței <math>P(R)</math>, anume <math>P = (E^2/4r)[1 - (R-r)^2/(R+r)^2]</math>, (**).....</p> <p>Se observă că valoarea puterii debitate pe <math>R</math> este maximă, cu valoarea <math>P_{max} = E^2/4r</math>, pentru <math>R = r</math>, adică se atinge atunci când al doilea termen din paranteza dreaptă a expresiei (**) se anulează .....</p> <p>În acest caz, conform formulei (*), intensitatea din circuit are valoarea <math>I_0 = E/2r = I_{sc}/2</math>. Așadar, <math>I_{sc} = 2I_0</math>.....</p>	<p><b>0,50 p</b></p> <p><b>0,25 p</b></p> <p><b>0,25 p</b></p> <p><b>0,25 p</b></p> <p><b>0,50 p</b></p> <p><b>0,25 p</b></p>	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.





		<b>3 puncte</b>
<b>3 B. Trei voltmetre ideale</b>		
<p>Fiind ideale, voltmetrele au rezistența internă infinit de mare, <math>R_V \rightarrow +\infty</math>. De aceea, intensitatea curentului electric prin voltmetre este nulă <math>I_V \rightarrow 0</math>. Totuși, tensiunea indicată de voltmetre este finită (<math>U_V = I_V \cdot R_V = \text{finit!}</math>) .....</p> <p>Introducerea voltmetrelor ideale în circuit, între punctele 1,2 și 3, nu schimbă starea electrică inițială a circuitului .....</p> <p>Punctele 2 și 3 au același potențial electric <math>E/3</math>, iar potențialul electric al punctului 1 este <math>2E/3</math> .....</p> <p>Gruparea celor trei voltmetre ideale între punctele 1,2 și 3, este reprezentată în figura alăturată .....</p> <p>Rezistența electrică totală a grupării de voltmetre este <math>R' = R_V + \frac{R_V}{2} = \frac{3 \cdot R_V}{2}</math> .....</p> <p>Între bornele 1 și 2 = 3 tensiunea electrică este <math>U' = 2E/3 - E/3 = E/3</math> .....</p> <p>Intensitatea curentului principal este :</p> <p><math>I = U' / R' = E / 3R' = 2E / 9R_V</math> (deoarece <math>R_V \rightarrow +\infty</math>, această valoare este extrem de mică, <math>I \rightarrow 0</math>) .....</p> <p>În final, tensiunile electrice indicate de cele trei voltmetre sunt:  <math>U_1 = I \cdot R_V = 2E/9</math>, <math>U_2 = U_3 = (I/2)R_V = E/9</math> .....</p>	<p><b>0,50 p</b></p> <p><b>0,25 p</b></p> <p><b>0,25 p</b></p> <p><b>0,25 p</b></p> <p><b>0,25 p</b></p> <p><b>0,25 p</b></p> <p><b>0,50 p</b></p> <p><b>0,25 p</b></p> <p><b>+0,25 p</b> <b>=0,50 p</b></p>	
<b>3 C. Puteri electrice</b>		<b>4 puncte</b>
<p>a.) Legea lui Ohm are forma generală <math>I = E / (r + R_{ext})</math> .....</p> <p>În prima situație <math>P_1 = RI^2 = RE^2 / (r + R)^2</math>, adică <math>RE^2 = P_1(R + r)^2</math> .....</p> <p>În a doua situație, când <math>R_{ext} = R/4</math>, avem <math>P_2 = (R/4)E^2 / (r + R/4)^2</math>, adică <math>4RE^2 = P_2(R + 4r)^2</math> .....</p>		<p><b>0,25 p</b></p> <p><b>0,25 p</b></p> <p><b>0,50 p</b></p>

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



<p>Informațiile referitoare la primele două situații ne permit să determinăm caracteristicile acumulatorului în funcție de puterile <math>P_1</math>, <math>P_2</math> și de rezistența <math>R</math> a întregului fir conductor. Obținem <math>r = R \frac{2\sqrt{P_1} - \sqrt{P_2}}{2(2\sqrt{P_2} - \sqrt{P_1})}</math>, .....</p>	<p><b>0,50 p</b></p>	
<p>respectiv <math>E = \frac{3\sqrt{RP_1P_2}}{2(2\sqrt{P_2} - \sqrt{P_1})}</math> .....</p>	<p><b>0,50p</b></p>	
<p><math>E = 18V</math>, respectiv <math>r = 5\Omega</math> .....</p>	<p><b>0,25 p</b></p>	
<p>Impunând condițiile <math>r &gt; 0</math> și <math>E &gt; 0</math> rezultă cu necesitate <math>P_2 \in (P_1/4; 4 \cdot P_1)</math> .....</p>	<p><b>0,25 p</b></p>	
<p><b>b.)</b> De data aceasta <math>R_{ext} = R/16</math> și <math>P_4 = 16RE^2 / (R + 16r)^2</math>. Ținând cont de expresiile analitice ale lui <math>E</math> și <math>r</math>, în final, pentru puterea <math>P_4</math> obținem <math>P_4 = \frac{4P_1P_2}{(5\sqrt{P_1} - 2\sqrt{P_2})^2} = \frac{576}{49} \approx 11,8W</math> .....</p>	<p><b>0,50 p</b></p>	
<p><b>c.)</b> În acest caz <math>R_{ext} = R/N^2</math> și <math>P_N = RN^2E^2 / (R + rN^2)^2</math>. Folosind expresiile lui <math>r</math> și <math>E</math> găsim în cele din urmă formula <math>P_N = \frac{9P_1P_2N^2}{[(4 - N^2)\sqrt{P_2} + 2(N^2 - 1)\sqrt{P_1}]^2}</math> .....</p>	<p><b>0,50 p</b></p>	
<p>Cu valorile numerice din enunț obținem dependența <math>P_N = 324N^2 / (N^2 + 5)^2</math> .....</p>	<p><b>0,50 p</b></p>	
<p><b>Observații</b> (nu se punctează în barem):</p> <p>a.) Când <math>N = 4</math>, din acest rezultat general re-obținem formula lui <math>P_4</math> stabilită mai sus. b.) Ca un exercițiu, s-ar putea particulariza formula generală la cazurile <math>N = 8, 16, 32</math>, ș.a.m.d. Se observă că formula generală a puterii nu mai conține informații despre valoarea rezistenței <math>R</math> a conductorului inițial.</p>	<p><b>1 p</b></p>	
<p><b>Din oficiu – Problema 3 (A+B+C) - ELECTRICITATE</b> .....</p> <p><b>Total – Problema 3 - ELECTRICITATE</b> .....</p>	<p><b>1 p</b></p>	<p><b>10 puncte</b></p>

**Bareme propuse de:**

prof. univ. dr. **ULIU** Florea, Universitatea din Craiova;

conf. univ. dr. **POPESCU** Sebastian, Universitatea "A.I. Cuza" din Iași;

prof. **ANTONIE** Dumitru, Colegiul Tehnic nr.2 din Tg.- Jiu.

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.