



## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 14.02.2015

Clasa a IX-a

1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $[2x - 5] = \sqrt{2} \cdot [3x - 7]$ .

\*\*\*

2. Dacă  $x, y, z$  sunt numere reale pozitive cu  $x + y + z = 2015$ , demonstrați că

$$\sqrt{2015x + yz} + \sqrt{2015y + zx} + \sqrt{2015z + xy} \leq 4030.$$

\*\*\*

3. Demonstrați că în orice triunghi  $ABC$ , avem relația  $\overline{OH} = \overline{OC} + \overline{OB} + \overline{OA}$ , unde notăm centrul cercului circumscris cu  $O$  și ortocentrul cu  $H$ .

\*\*\*

4. Într-un triunghi  $ABC$ , fie  $D, E$  și respectiv  $F$  punctele de tangență ale cercului înscris cu laturile  $BC, CA, AB$ . Arătați că dacă  $\overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE} = \overline{EA} + \overline{FB} + \overline{DC}$ , atunci triunghiul  $ABC$  este echilateral.

*S.GM 3/2014*

NOTĂ:

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.